

Zestaw zadań 17 Rozkład łączny wektora. Wielowymiarowy rozkład normalny.

zad. 1. Niech (X, Y) będzie ciągłym wektorem losowym z gęstością $f_{X,Y}$ oraz niech $U = X + Y$, $V = X - Y$. Pokaż że gęstość wektora (U, V) spełnia

$$f_{U,V}(u, v) = \frac{1}{2} f_{X,Y}\left(\frac{u+v}{2}, \frac{u-v}{2}\right).$$

Uwaga: wzór z którego warto skorzystać w powyższym zadaniu znajduje się na mojej stronie w pliku wzory3.pdf

zad. 2. Na podstawie poprzedniego zadania: Wyznacz gęstość wektora (U, V) , gdy X i Y są niezależne o a) rozkładach wykładniczych z parametrem $\lambda = 1$ b) standardowych rozkładach normalnych.

zad. 3. Zmienne losowe X_1, X_2, X_3 są niezależne o rozkładzie $N(1, 2)$. Czy zmienne losowe $Z = X_3 - X_2 + X_1$ oraz $Y = X_1 + X_2$ są niezależne?

zad. 4. Zmienna losowa $Y = (Y_1, Y_2, Y_3)$ ma wielowymiarowy rozkład normalny o parametrach $\mu = (1, 2, 3)$ oraz macierzy kowariancji $\Sigma = [2, 2, 0; 2, 4, 1; 0, 1, 8]$. Jaki rozkład ma zmienna losowa $Y = Y_1 + 2Y_2 - 3Y_3$.