

Zestaw 8

Theorem 1 (Centralne tw. graniczne wersja 1). *Niech $\xi_1, \dots, \xi_n, \dots$ będzie ciągiem niezależnych zmiennych losowych o tych samych rozkładach takich, że $E\xi_i = m$, $D^2\xi_i = \sigma^2 > 0$ dla $i \in \mathbb{N}$. Określmy*

$$S_n = \sum_{i=1}^n \xi_i, \quad Z_n = \frac{S_n - nm}{\sqrt{n}\sigma}$$

Wtedy

$$\forall x \in \mathbb{R} : F_{Z_n} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt =: \Phi(x)$$

przy czym zbieżność ta jest jednostajna ze względu na x .

1. Kura z prawdopodobieństwem 0,8 znosi jedno jajo dziennie (a z 0.2 żadnego). Ile minimalnie kur powinien mieć hodowca, żeby prawdopodobieństwo, że wyprodukuje dziennie przynajmniej 1000 jaj było większe niż 0.95?
2. Kura z prawdopodobieństwem 0,8 znosi jedno jajo dziennie (a z prawdopodobieństwem 0,2 żadnego). Hodowca ma 100 kur i zamierza zrobić jajecznicę. Jak duża jajecznicę może zaplanować, by jego kury zniosły wystarczającą liczbę jaj z prawdopodobieństwem większym bądź równym 0,95? (Zakładamy że kury mają jeden dzień na zniesienie jaj).
3. Cztery firmy przewozowe A, B, C i D obsługują połączenie autokarowe z Krakowa do Paryża. Statystyka podaje, że miesięcznie łącznie 2000 pasażerów korzysta z usług tych firm, w tym 30 % wybiera firmę A, 20 procent firmę B, 15 procent firmę C i 35 procent firmę D. Ile przejazdów powinna zorganizować firma A, (która dysponuje autokarem z 40 miejscami) aby prawdopodobieństwo odesłania klienta do konkurentów było mniejsze od 1 procenta?
4. W mieście znajdują się dwa kina, które grają wieczorem ten sam film. Oglądać ma go zamiar 100 widzów, którzy losowo i niezależnie wybierają wieczorem kino, do którego mają zamiar się udać. Ile miejscami powinno dysponować każde kino, aby prawdopodobieństwo odesłania któregoś z klientów z danego kina (z powodu braku miejsc) było mniejsze niż 2 procent?
5. 60 procent ludzi woli czekoladę gorzką od mlecznej. Osoba organizująca przyjęcie dla 100 osób, z których każda ma otrzymać jako prezent

pudeleczek czekoladek, przygotowuje 70 pudełeczek z czekoladkami gorzkimi i 45 z mlecznymi. Jakie jest prawdopodobieństwo, że każdy z gości będzie mógł sobie wybrać taki rodzaj czekoladek, jaki mu odpowiada?

6. W wyborach prezydenckich uczestniczą kandydaci A oraz B . Według wiarygodnego sondażu, kandydata A popiera 60 społeczeństwa, natomiast kandydata B popiera pozostałe 40 procent. Nie wszystkie osoby pójdą na wybory. Ile osób powinno przyjść na wybory, aby prawdopodobieństwo, że kandydat A uzyska więcej głosów niż kandydat B było większe lub równe 0,95? (Zakładamy, że każda osoba podejmuje decyzję o przyjsciu na wybory w sposób niezależny od preferencji wyborczych)
7. Ile razy należy rzucić kostką do gry, aby mieć 99% pewności, że szóstka pojawi się co najmniej w 15% wszystkich rzutów?
8. Otrzymaliśmy wiarygodną informację, że pewna moneta jest niesymetryczna co powoduje, że orzeł wypada z prawdopodobieństwem p mniejszym niż 0,3. Ile należy wykonać rzutów tą monetą, aby mieć 95% pewności, że uzyskane wyniki pozwolą wyliczyć prawdopodobieństwo wypadnięcia orła z dokładnością do 0,01?