

### Rachunek Prawdopodobieństwa1. Zestaw 13 (obowiązkowy)

1. W pewnym Zakonie Matematycznym nastąpiły mroczne czasy- szacuje się, że około  $4/5$  studentów rachunku prawdopodobieństwa nie rozwiązuje zadań w domu. Oblicz oczekiwaną liczbę studentów, którzy zdadzą kurs rachunku prawdopodobieństwa, jeśli wiadomo, że prawdopodobieństwo zaliczenia kursu wynosi  $0,1$  w przypadku studentów którzy nie rozwiązują w domu zadań oraz  $0,7$  w przypadku studentów, którzy rozwiązują zadania (zakładamy że jest  $n$  uczestników kursu)
2. Na płaszczyźnie mamy pierścień ograniczony współśrodkowymi okręgami o promieniach  $1$  i  $3$ . Wybieramy z niego losowo punkt (zgodnie z rozkładem jednostajnym na całej jego powierzchni). Obliczyć wartość oczekiwaną odległości wybranego punktu od środka tego pierścienia.
3. Z odcinka  $[0,1]$  losujemy punkt  $x$  zgodnie z rozkładem jednostajnym, dzieląc tym samym ten odcinek na dwie części. Oblicz oczekiwany stosunek długości: a) dłuższego odcinka do krótszego, b) odcinka po lewej stronie punktu do odcinka po prawej stronie punktu  $x$ .
4. Rozważmy niezależne zmienne losowe  $X, Z$ :  $X$  ma rozkład wykładniczy natomiast  $Z$  ma rozkład dwupunktowy Bernoulliego o prawdopodobieństwie sukcesu  $0 < p < 1$ . Wyznaczyć rozkład prawdopodobieństwa zmiennej losowej  $\frac{X}{X+Z}$ .
5. Rozważmy niezależne zmienne losowe  $X, Y$  mające rozkład wykładniczy z tym samym parametrem. Czy zmienne losowe  $XY$  oraz  $X + Y$  są niezależne?