

### Rachunek 1. Zestaw 15. Splot gęstości. CTG.

Jeśli zmienna losowa  $X$  ma gęstość  $f_1$  oraz  $Y$  ma gęstość  $f_2$ , to jeśli  $X$  i  $Y$  są **niezależne**, suma  $X + Y$  ma rozkład o gęstości  $f_{X+Y}$  zadany przez **splot** gęstości  $f_1$  i  $f_2$ :

$$f_{X+Y}(t) = f_1 * f_2(t) = \int_{\mathbb{R}} f_1(t-y) \cdot f_2(y) dy.$$

1. Znajdź gęstość zmiennej losowej  $X + Y$ , gdzie  $X, Y$  są niezależne oraz mają rozkłady wykładnicze o parametrze  $\lambda$ .
2. Znajdź rozkład sumy dwóch niezależnych zm. losowych o rozkładach jednostajnych  $[0, 1]$  oraz wykonaj rysunek gęstości
3. Znajdź rozkład sumy trzech niezależnych zm. losowych o rozkładach jednostajnych  $[0, 1]$  oraz wykonaj rysunek gęstości
4. Znajdując odpowiedni przykład wykaż, że suma zmiennych losowych o rozkładach normalnych nie musi mieć rozkładu normalnego.

CTG2 Cztery firmy przewozowe A, B, C i D obsługują połączenie autokarowe z Krakowa do Paryża. Statystyka podaje, że miesięcznie łącznie 2000 pasażerów korzysta z usług tych firm, w tym 30 % wybiera firmę A, 20 procent firmę B, 15 procent firmę C i 35 procent firmę D. Ile przejazdów powinna zorganizować firma A, (która dysponuje autokarem z 40 miejscami) aby prawdopodobieństwo odesłania klienta do konkurentów było mniejsze od 1 procenta?

CTG3 W mieście znajdują się dwa kina, które grają wieczorem ten sam film. Oglądac ma go zamiar 100 widzów, którzy losowo i niezależnie wybierają wieczorem kino, do którego mają zamiar się udać. Iloma miejscami powinno dysponować każde kino, aby prawdopodobieństwo odesłania któregoś z klientów z danego kina (z powodu braku miejsc) było mniejsze niż 2 procent?

CTG4 60 procent ludzi woli czekoladę gorzką od mlecznej. Osoba organizująca przyjęcie dla 100 osób, z których każda ma otrzymać jako prezent pudełeczko czekoladek, przygotowuje 70 pudełeczek z czekoladkami gorzkimi i 45 z mlecznymi. Jakie jest prawdopodobieństwo, że każdy z gości będzie mógł sobie wybrać taki rodzaj czekoladek, jaki mu odpowiada?

CTG5 W wyborach prezydenckich uczestniczą kandydaci A oraz B. Według wiarygodnego sondażu, kandydata A popiera 60 społeczeństwa, natomiast kandydata B popiera pozostałe 40 procent. Nie wszystkie osoby pójdą na wybory. Ile osób powinno przyjść na wybory, aby prawdopodobieństwo, że kandydat A uzyska więcej głosów niż kandydat B było większe lub równe 0,95? (Zakładamy, że każda osoba podejmuje decyzję o przyjsciu na wybory w sposób niezależny od preferencji wyborczych )