

Pytania do egzaminu “Miara i Całka”

1. Twierdzenie o klasie monotonicznej.
2. Funkcje mierzalne i ich podstawowe własności.
3. Kryteria mierzalności funkcji o wartościach rzeczywistych.
4. Twierdzenie o aproksymacji (w sensie zbieżności punktowej) nieujemnej funkcji mierzalnej przez funkcje proste mierzalne.
5. Miara i jej podstawowe własności.
6. Definicja całki Lebesgue’a i jej podstawowe własności.
7. Twierdzenie Lebesgue’a o monotonicznym przejściu granicznym.
8. Lemat Fatou.
9. Twierdzenie Lebesgue’a o zmajoryzowanym przejściu granicznym.
10. Twierdzenie o średnich całkowych.
11. Pierwszy lemat Borela-Cantelliego.
12. Nierówność Jensena.
13. Nierówność Höldera.
14. Nierówność Minkowskiego.
15. Zupełność przestrzeni $L^p(\mu)$.
16. Twierdzenie o produkcie miar.
17. Twierdzenie Fubinięgo.
18. Twierdzenie Carathéodory’ego o miarach zewnętrznych.
19. Twierdzenie Carathéodory’ego o rozszerzaniu miary z algebry na σ -algebrę generowaną przez tę algebrę.
20. Twierdzenie Riesz’a o postaci dodatniego funkcjonału liniowego na $C_c(X)$ dla przestrzeni lokalnie zwartej X - sformułowanie i idea dowodu.
21. Automatyczna regularność miar borelowskich na przestrzeniach lokalnie zwartych w których zbiory otwarte są σ -zwarte.
22. Twierdzenie o istnieniu n -wymiarowej miary Lebesgue’a (dwa podejścia).
23. Twierdzenie Łuzina w dwóch wersjach.
24. Twierdzenie Jegorowa.
25. Twierdzenie o transporcie miary.
26. Twierdzenie Lebesgue’a-Radona-Nikodyma.
27. Przykład zbioru niemierzalnego w sensie Lebesgue’a.
28. Lemat o pokryciu.
29. Twierdzenie o różniczkowaniu miar.
30. Warunek wystarczający zapisany w języku górnej pochodnej kubicznej na to by miara borelowska na \mathbb{R}^k była absolutnie ciągła względem miary Lebesgue’a na \mathbb{R}^k .
31. Funkcje o wahaniu skończonym - różniczkowalność prawie wszędzie.