Egzamin z Matematyki dla I roku biochemii i biotechnologii

29 stycznia 2011
termin I
czas trwania: 120 minut

Zadanie 1 (10 punktów)**.** Rozwiązać układ równań

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 9 \\ -x + y - 2z = -5 \\ 3x + 2y + kz = -5 \end{cases}$$

dla $k = 1$ oraz $k = -4$.

Zadanie 2 (10 punktów)**.** Wyznaczyć dziedzinę, punkty wykresu leżące na osiach układu współrzędnych, granice na końcach przedziałów określoności, asymptoty, przedziały monotoniczności, ekstrema lokalne oraz narysować wykres funkcji

$$f(x) = \frac{3x^2 - 7x + 2}{x + 1}.$$

Zadanie 3 (10 punktów)**.** Wyznaczyć największą i najmniejszą wartość funkcji

$$f(x) = e^{2x+7}(x^2 + 2x - 1)$$

w przedziale $[-4, 1]$.

Zadanie 4 (10 punktów)**.** Obliczyć pole obszaru ograniczonego parabolami

$$y = 2(x+1)^2, \qquad y = (x+1)^2 + 4.$$

Zadanie 5 (10 punktów)**.** Wyznaczyć ekstrema lokalne funkcji

$$f(x, y) = 4x^2 y + \tfrac{1}{3} y^3 + 32x - 20y + 5.$$

Zachodzą następujące równości

$$(x^a)' = ax^{a-1} \quad \text{dla } a \in \mathbb{R}, \qquad \int x^a\,dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C \quad \text{dla } a \neq -1,$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}, \qquad \int \frac{1}{x}\,dx = \ln|x| + C,$$

$$(e^x)' = e^x, \qquad \int e^x\,dx = e^x + C,$$

$$(\sin x)' = \cos x, \qquad \int \cos x\,dx = \sin x + C,$$

$$(\cos x)' = -\sin x, \qquad \int \sin x\,dx = -\cos x + C,$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}, \qquad \int \frac{1}{\cos^2 x}\,dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}, \qquad \int \frac{1}{\sin^2 x}\,dx = -\operatorname{ctg} x + C,$$

$$(\arcsin x)' = (-\arccos x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \qquad \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C,$$

$$(\operatorname{arc\,tg} x)' = (-\operatorname{arc\,ctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}, \qquad \int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arc\,tg} x + C.$$

Egzamin z Matematyki dla I roku biochemii i biotechnologii

21 lutego 2011
termin II
czas trwania: 120 minut

Zadanie 1 (10 punktów)**.** Rozwiązać układ równań

$$\begin{cases} x + 2y - z = 9 \\ 2x + ky - z = 9 \\ 3x - 4y + 2z = -5 \end{cases}$$

dla $k = 2$ oraz $k = -3$.

Zadanie 2 (10 punktów)**.** Wyznaczyć dziedzinę, punkty wykresu leżące na osiach układu współrzędnych, granice na końcach przedziałów określoności, asymptoty, przedziały monotoniczności, ekstrema lokalne oraz narysować wykres funkcji

$$f(x) = \frac{x^2 + 4x - 5}{x - 3}.$$

Zadanie 3 (10 punktów)**.** Wyznaczyć największą i najmniejszą wartość funkcji

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 3x + 10$$

w przedziale $[0, 4]$.

Zadanie 4 (10 punktów)**.** Obliczyć pole obszaru ograniczonego krzywymi

$$x + y = 6, \qquad xy = 5.$$

Zadanie 5 (10 punktów)**.** Wyznaczyć ekstrema lokalne funkcji

$$f(x, y) = x^3 + xy^2 + 2xy - 3x + 4.$$

Zachodzą następujące równości

$$(x^a)' = ax^{a-1} \quad \text{dla } a \in \mathbb{R}, \qquad \int x^a\,dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C \quad \text{dla } a \neq -1,$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}, \qquad \int \frac{1}{x}\,dx = \ln|x| + C,$$

$$(e^x)' = e^x, \qquad \int e^x\,dx = e^x + C,$$

$$(\sin x)' = \cos x, \qquad \int \cos x\,dx = \sin x + C,$$

$$(\cos x)' = -\sin x, \qquad \int \sin x\,dx = -\cos x + C,$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}, \qquad \int \frac{1}{\cos^2 x}\,dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}, \qquad \int \frac{1}{\sin^2 x}\,dx = -\operatorname{ctg} x + C,$$

$$(\arcsin x)' = (-\arccos x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \qquad \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C,$$

$$(\operatorname{arc\,tg} x)' = (-\operatorname{arc\,ctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}, \qquad \int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arc\,tg} x + C.$$

Egzamin z Matematyki dla I roku biochemii i biotechnologii

2 lutego 2012
termin I
czas trwania: 120 minut

Zadanie 1 (10 punktów)**.** Rozwiązać układ równań

$$\begin{cases} 2x - 3y + z = -1 \\ -x + ay - 3z = -6 \\ 3x - 5y + 2z = a - 3 \end{cases}$$

dla $a = 2$ oraz $a = 4$.

Zadanie 2 (10 punktów)**.** Wyznaczyć dziedzinę, punkty wykresu leżące na osiach układu współrzędnych, granice na końcach przedziałów określoności, asymptoty, przedziały monotoniczności, ekstrema lokalne oraz narysować wykres funkcji

$$f(x) = \frac{(x+1)^3}{x^2}.$$

Zadanie 3 (10 punktów)**.** Wyznaczyć największą i najmniejszą wartość funkcji

$$f(x) = -x^3 + 9x^2 - 15x + 1$$

w przedziale $[2, 6]$.

Zadanie 4 (10 punktów)**.** Obliczyć pole obszaru ograniczonego krzywymi

$$x - 3 = 0, \qquad x - 2y + 3 = 0, \qquad xy - 2 = 0.$$

Zadanie 5 (10 punktów)**.** Wyznaczyć ekstrema lokalne funkcji

$$f(x, y) = 4x^2 + 18x - 12xy + y^3 - 12y + 6.$$

Zachodzą następujące równości

$$(x^a)' = ax^{a-1} \quad \text{dla } a \in \mathbb{R},$$
$$(\ln x)' = \frac{1}{x},$$
$$(e^x)' = e^x,$$
$$(\sin x)' = \cos x,$$
$$(\cos x)' = -\sin x,$$
$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x},$$
$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x},$$
$$(\arcsin x)' = (-\arccos x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}},$$
$$(\operatorname{arc\,tg} x)' = (-\operatorname{arc\,ctg} x)' = \frac{1}{1+x^2},$$

$$\int x^a\,dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C \quad \text{dla } a \neq -1,$$
$$\int \frac{1}{x}\,dx = \ln|x| + C,$$
$$\int e^x\,dx = e^x + C,$$
$$\int \cos x\,dx = \sin x + C,$$
$$\int \sin x\,dx = -\cos x + C,$$
$$\int \frac{1}{\cos^2 x}\,dx = \operatorname{tg} x + C,$$
$$\int \frac{1}{\sin^2 x}\,dx = -\operatorname{ctg} x + C,$$
$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C,$$
$$\int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arc\,tg} x + C.$$

Egzamin z Matematyki dla I roku biochemii i biotechnologii

20 lutego 2012
termin II
czas trwania: 120 minut

Zadanie 1 (10 punktów)**.** Rozwiązać układ równań

$$\begin{cases} 3x - 2y - z = 1 \\ -5x + 3y + 2z = b \\ (b+3)x - y - 3z = -6 \end{cases}$$

dla $b = 1$ oraz $b = -1$.

Zadanie 2 (10 punktów)**.** Wyznaczyć dziedzinę, punkty wykresu leżące na osiach układu współrzędnych, granice na końcach przedziałów określoności, asymptoty, przedziały monotoniczności, ekstrema lokalne oraz narysować wykres funkcji

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 3}.$$

Zadanie 3 (10 punktów)**.** Wyznaczyć największą i najmniejszą wartość funkcji

$$f(x) = \frac{x^2 - 5x + 10}{x - 5}$$

w przedziale $[-2, 4]$.

Zadanie 4 (10 punktów)**.** Obliczyć pole obszaru ograniczonego krzywymi

$$x - 2y^2 = 0, \qquad x - 2y - 4 = 0.$$

Zadanie 5 (10 punktów)**.** Wyznaczyć ekstrema lokalne funkcji

$$f(x, y) = x^3 + 3x^2 - 15x - 6xy - y^2 - 5y + 1.$$

Zachodzą następujące równości

$$(x^a)' = ax^{a-1} \quad \text{dla } a \in \mathbb{R}, \qquad \int x^a \, dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C \quad \text{dla } a \neq -1,$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}, \qquad \int \frac{1}{x} \, dx = \ln|x| + C,$$

$$(e^x)' = e^x, \qquad \int e^x \, dx = e^x + C,$$

$$(\sin x)' = \cos x, \qquad \int \cos x \, dx = \sin x + C,$$

$$(\cos x)' = -\sin x, \qquad \int \sin x \, dx = -\cos x + C,$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}, \qquad \int \frac{1}{\cos^2 x} \, dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}, \qquad \int \frac{1}{\sin^2 x} \, dx = -\operatorname{ctg} x + C,$$

$$(\arcsin x)' = (-\arccos x)' = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}, \qquad \int \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}} = \arcsin x + C,$$

$$(\operatorname{arc\,tg} x)' = (-\operatorname{arc\,ctg} x)' = \frac{1}{1 + x^2}, \qquad \int \frac{dx}{1 + x^2} = \operatorname{arc\,tg} x + C.$$

Egzamin z Matematyki dla I roku biochemii i biotechnologii

29 stycznia 2013
termin I
czas trwania: 120 minut

Zadanie 1 (10 punktów)**.** Rozwiązać układ równań

$$\begin{cases} 3x + y - az = 6 \\ -x - 2y + 3z = 1 \\ 2x + 3y - 5z = a - 3 \end{cases}$$

dla $a = 4$ oraz $a = 2$.

Zadanie 2 (10 punktów)**.** Wyznaczyć dziedzinę, punkty wykresu leżące na osiach układu współrzędnych, granice na końcach przedziałów określoności, asymptoty, przedziały monotoniczności, ekstrema lokalne oraz narysować wykres funkcji

$$f(x) = \frac{3x^2 - 5x}{5(3 - x)}.$$

Zadanie 3 (10 punktów)**.** Wyznaczyć największą i najmniejszą wartość funkcji

$$f(x) = \frac{x^2 - x + 3}{x - 3}$$

w przedziale $[4, 6]$.

Zadanie 4 (10 punktów)**.** Obliczyć pole obszaru ograniczonego krzywymi

$$xy = 5, \qquad x + y = 6.$$

Zadanie 5 (10 punktów)**.** Wyznaczyć ekstrema lokalne funkcji

$$f(x, y) = x^3 + xy^2 - 2xy - 3x + 45.$$

Zachodzą następujące równości

$$(x^a)' = ax^{a-1} \quad \text{dla } a \in \mathbb{R}, \qquad \int x^a\,dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C \quad \text{dla } a \neq -1,$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}, \qquad \int \frac{1}{x}\,dx = \ln|x| + C,$$

$$(e^x)' = e^x, \qquad \int e^x\,dx = e^x + C,$$

$$(\sin x)' = \cos x, \qquad \int \cos x\,dx = \sin x + C,$$

$$(\cos x)' = -\sin x, \qquad \int \sin x\,dx = -\cos x + C,$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}, \qquad \int \frac{1}{\cos^2 x}\,dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}, \qquad \int \frac{1}{\sin^2 x}\,dx = -\operatorname{ctg} x + C,$$

$$(\arcsin x)' = (-\arccos x)' = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}, \qquad \int \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}} = \arcsin x + C,$$

$$(\operatorname{arc\,tg} x)' = (-\operatorname{arc\,ctg} x)' = \frac{1}{1 + x^2}, \qquad \int \frac{dx}{1 + x^2} = \operatorname{arc\,tg} x + C.$$

Egzamin z Matematyki dla I roku biochemii i biotechnologii

18 lutego 2013
termin II
czas trwania: 120 minut

Zadanie 1 (10 punktów). Rozwiązać układ równań

$$\begin{cases} x + ay - z = 1 \\ 2x + 3y + az = 1 \\ x + 2y + 2z = a \end{cases}$$

dla $a = 1$ oraz $a = 4$.

Zadanie 2 (10 punktów). Wyznaczyć dziedzinę, punkty wykresu leżące na osiach układu współrzędnych, granice na końcach przedziałów określoności, asymptoty, przedziały monotoniczności, ekstrema lokalne oraz narysować wykres funkcji

$$f(x) = \frac{x^2 + 3x}{2(x-1)}.$$

Zadanie 3 (10 punktów). Wyznaczyć największą i najmniejszą wartość funkcji

$$f(x) = \frac{x^2 - 7x + 22}{x - 6}$$

w przedziale $[-1, 5]$.

Zadanie 4 (10 punktów). Obliczyć pole obszaru ograniczonego krzywymi

$$y = -x + 2, \qquad y = x^2 - 2x.$$

Zadanie 5 (10 punktów). Wyznaczyć ekstrema lokalne funkcji

$$f(x, y) = x^2 + 7x + 6xy - y^3 - 6y^2 - 6y - 8.$$

Zachodzą następujące równości

$$(x^a)' = ax^{a-1} \quad \text{dla } a \in \mathbb{R}, \qquad \int x^a\,dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C \quad \text{dla } a \neq -1,$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}, \qquad \int \frac{1}{x}\,dx = \ln|x| + C,$$

$$(e^x)' = e^x, \qquad \int e^x\,dx = e^x + C,$$

$$(\sin x)' = \cos x, \qquad \int \cos x\,dx = \sin x + C,$$

$$(\cos x)' = -\sin x, \qquad \int \sin x\,dx = -\cos x + C,$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}, \qquad \int \frac{1}{\cos^2 x}\,dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}, \qquad \int \frac{1}{\sin^2 x}\,dx = -\operatorname{ctg} x + C,$$

$$(\arcsin x)' = (-\arccos x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \qquad \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C,$$

$$(\operatorname{arc\,tg} x)' = (-\operatorname{arc\,ctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}, \qquad \int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arc\,tg} x + C.$$

Egzamin z Matematyki dla I roku biochemii i biotechnologii

29 stycznia 2014
termin I
czas trwania: 120 minut

Zadanie 1 (10 punktów)**.** Rozwiązać układ równań

$$\begin{cases} -2x + 3y - z = 2 \\ 3x - 5y + 2z = a - 5 \\ x - ay + 3z = 3 \end{cases}$$

dla $a = 2$ oraz dla $a = 4$.

Zadanie 2 (10 punktów)**.** Wyznaczyć dziedzinę, punkty wykresu leżące na osiach układu współrzędnych, granice na końcach przedziałów określoności, asymptoty, pochodną, przedziały monotoniczności, ekstrema lokalne oraz narysować wykres funkcji

$$f(x) = \frac{3x^2 + x - 2}{10 - 5x}.$$

Zadanie 3 (10 punktów)**.** Wyznaczyć największą oraz najmniejszą wartość funkcji

$$f(x) = \frac{-x^2 + x - 3}{x + 2}$$

w przedziale $[-6, -3]$.

Zadanie 4 (10 punktów)**.** Obliczyć całkę

$$\int 2x^2 \ln(x^3 - 1)\, dx.$$

Zadanie 5 (10 punktów)**.** Obliczyć pole obszaru ograniczonego krzywymi

$$y = x + 8, \quad xy + 15 = 0.$$

Zadanie 6 (10 punktów)**.** Wyznaczyć ekstrema lokalne funkcji

$$f(x, y) = 37 + 12x - 6x^2 + x^3 + 8y - 4xy - 2y^2 + xy^2.$$

Zachodzą następujące równości

$$(x^a)' = ax^{a-1} \quad \text{dla } a \in \mathbb{R}, \qquad \int x^a\, dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C \quad \text{dla } a \neq -1,$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}, \quad (\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} \quad \text{dla } a > 0 \text{ i } a \neq 1, \qquad \int \frac{1}{x}\, dx = \ln|x| + C,$$

$$(a^x)' = a^x \ln a \quad \text{dla } a > 0 \text{ i } a \neq 1, \qquad \int a^x\, dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad \text{dla } a > 0 \text{ i } a \neq 1,$$

$$(e^x)' = e^x, \quad (e \approx 2,718), \qquad \int e^x\, dx = e^x + C,$$

$$(\sin x)' = \cos x, \qquad \int \cos x\, dx = \sin x + C,$$

$$(\cos x)' = -\sin x, \qquad \int \sin x\, dx = -\cos x + C,$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}, \qquad \int \frac{1}{\cos^2 x}\, dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}, \qquad \int \frac{1}{\sin^2 x}\, dx = -\operatorname{ctg} x + C,$$

$$(\arcsin x)' = (-\arccos x)' = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}, \qquad \int \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}\, dx = \arcsin x + C,$$

$$(\operatorname{arc\,tg} x)' = (-\operatorname{arc\,ctg} x)' = \frac{1}{1 + x^2}, \qquad \int \frac{1}{1 + x^2}\, dx = \operatorname{arc\,tg} x + C.$$

Egzamin z Matematyki dla I roku biochemii i biotechnologii

17 lutego 2014
termin II
czas trwania: 120 minut

Zadanie 1 (10 punktów)**.** Rozwiązać układ równań

$$\begin{cases} 4x + z = 12 \\ 2x + 4y - 5z = 14 \\ ax + 2y - 3z = -2 \end{cases}$$

dla $a = -1$ oraz dla $a = -2$.

Zadanie 2 (10 punktów)**.** Wyznaczyć dziedzinę, punkty wykresu leżące na osiach układu współrzędnych, granice na końcach przedziałów określoności, asymptoty, pochodną, przedziały monotoniczności, ekstrema lokalne oraz narysować wykres funkcji

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x - 3}{x^2 - 2x}.$$

Zadanie 3 (10 punktów)**.** Wyznaczyć największą oraz najmniejszą wartość funkcji

$$f(x) = (2 - x)\sqrt{-2 + 4x - x^2}$$

w przedziale $[2 - \sqrt{2}, 2 + \sqrt{2}]$.

Zadanie 4 (10 punktów)**.** Obliczyć całkę

$$\int e^{\sqrt{x}}\, dx.$$

Zadanie 5 (10 punktów)**.** Obliczyć pole obszaru ograniczonego krzywymi

$$y = x^2 + x - 10, \quad y = -x^2 - 5x + 10.$$

Zadanie 6 (10 punktów)**.** Wyznaczyć ekstrema lokalne funkcji

$$f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 3x^2 - 3y^2 + 6xy - 6x - 6y + 10.$$

Zachodzą następujące równości

$$(x^a)' = ax^{a-1} \quad \text{dla } a \in \mathbb{R},$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}, \quad (\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} \quad \text{dla } a > 0 \text{ i } a \neq 1,$$

$$(a^x)' = a^x \ln a \quad \text{dla } a > 0 \text{ i } a \neq 1,$$

$$(e^x)' = e^x, \quad (e \approx 2,718),$$

$$(\sin x)' = \cos x,$$

$$(\cos x)' = -\sin x,$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x},$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x},$$

$$(\arcsin x)' = (-\arccos x)' = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}},$$

$$(\operatorname{arc\,tg} x)' = (-\operatorname{arc\,ctg} x)' = \frac{1}{1 + x^2},$$

$$\int x^a\, dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C \quad \text{dla } a \neq -1,$$

$$\int \frac{1}{x}\, dx = \ln|x| + C,$$

$$\int a^x\, dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad \text{dla } a > 0 \text{ i } a \neq 1,$$

$$\int e^x\, dx = e^x + C,$$

$$\int \cos x\, dx = \sin x + C,$$

$$\int \sin x\, dx = -\cos x + C,$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x}\, dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x}\, dx = -\operatorname{ctg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}\, dx = \arcsin x + C,$$

$$\int \frac{1}{1 + x^2}\, dx = \operatorname{arc\,tg} x + C.$$

Egzamin z Matematyki dla I roku biochemii i biotechnologii

29 stycznia 2015
termin I
czas trwania: 120 minut

Zadanie 1 (10 punktów)**.** Rozstrzygnąć, dla jakich wartości parametru $a \in \mathbb{R}$ układ równań

$$\begin{cases} x - 2y - 3z = 7 \\ 2x + 3y - z = a + 1 \\ -2x - ay + z = 4 \end{cases} \tag{1}$$

jest oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny, a następnie rozwiązać układ (1) dla $a = 1$.

Zadanie 2 (10 punktów)**.** Wyznaczyć dziedzinę, punkty wykresu leżące na osiach układu współrzędnych, granice na końcach przedziałów określoności, asymptoty, przedziały monotoniczności, ekstrema lokalne oraz narysować wykres funkcji

$$f(x) = \frac{1 - x^2}{x^2 - 4}.$$

Zadanie 3 (10 punktów)**.** Wyznaczyć największą i najmniejszą wartość funkcji

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 2x + 1$$

w przedziale $\left[0, \sqrt{10}\right]$.

Zadanie 4 (10 punktów)**.** Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int \ln(\ln x)^{\frac{1}{x}}\, dx.$$

Zadanie 5 (10 punktów)**.** Obliczyć pole obszaru ograniczonego krzywymi o równaniach

$$y = (x^2 - x)e^x, \quad y = 0.$$

Zachodzą następujące równości

$$(x^a)' = ax^{a-1} \quad \text{dla } a \in \mathbb{R}, \qquad \int x^a\, dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C \quad \text{dla } a \neq -1,$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}, \qquad \int \frac{1}{x}\, dx = \ln|x| + C,$$

$$(e^x)' = e^x, \qquad \int e^x\, dx = e^x + C,$$

$$(\sin x)' = \cos x, \qquad \int \cos x\, dx = \sin x + C,$$

$$(\cos x)' = -\sin x, \qquad \int \sin x\, dx = -\cos x + C,$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}, \qquad \int \frac{1}{\cos^2 x}\, dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}, \qquad \int \frac{1}{\sin^2 x}\, dx = -\operatorname{ctg} x + C,$$

$$(\arcsin x)' = (-\arccos x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \qquad \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C,$$

$$(\operatorname{arc\,tg} x)' = (-\operatorname{arc\,ctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}, \qquad \int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arc\,tg} x + C.$$

Egzamin z Matematyki dla I roku biochemii i biotechnologii

23 lutego 2015
termin II
czas trwania: 120 minut

Zadanie 1 (10 punktów)**.** Rozstrzygnąć, dla jakich wartości parametru $a \in \mathbb{R}$ układ równań

$$\begin{cases} x + 2y - z = 9 \\ 2x + ay - z = 9 \\ 3x - 4y + 2z = -5 \end{cases} \tag{1}$$

jest oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny, a następnie rozwiązać układ (1) dla $a = 0$.

Zadanie 2 (10 punktów)**.** Wyznaczyć dziedzinę, punkty wykresu leżące na osiach układu współrzędnych, granice na końcach przedziałów określoności, asymptoty, przedziały monotoniczności, ekstrema lokalne oraz narysować wykres funkcji

$$f(x) = \frac{x^3 + 2}{x^2 + 1}.$$

Zadanie 3 (10 punktów)**.** Wyznaczyć największą i najmniejszą wartość funkcji

$$f(x) = (x^2 + 2x - 1)e^{2x+1}$$

w przedziale $\left[-4, \sqrt{2} - 1\right]$.

Zadanie 4 (10 punktów)**.** Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int e^{2x} \sin e^x \, dx.$$

Zadanie 5 (10 punktów)**.** Obliczyć pole obszaru ograniczonego krzywymi o równaniach

$$y = x^2 - \pi x, \quad y = \sin x.$$

Zachodzą następujące równości

$$(x^a)' = ax^{a-1} \quad \text{dla } a \in \mathbb{R}, \qquad \int x^a \, dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C \quad \text{dla } a \neq -1,$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}, \qquad \int \frac{1}{x} \, dx = \ln|x| + C,$$

$$(e^x)' = e^x, \qquad \int e^x \, dx = e^x + C,$$

$$(\sin x)' = \cos x, \qquad \int \cos x \, dx = \sin x + C,$$

$$(\cos x)' = -\sin x, \qquad \int \sin x \, dx = -\cos x + C,$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}, \qquad \int \frac{1}{\cos^2 x} \, dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}, \qquad \int \frac{1}{\sin^2 x} \, dx = -\operatorname{ctg} x + C,$$

$$(\arcsin x)' = (-\arccos x)' = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}, \qquad \int \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}} = \arcsin x + C,$$

$$(\operatorname{arc\,tg} x)' = (-\operatorname{arc\,ctg} x)' = \frac{1}{1 + x^2}, \qquad \int \frac{dx}{1 + x^2} = \operatorname{arc\,tg} x + C.$$

Egzamin z Matematyki dla I roku biochemii i biotechnologii

1 lutego 2016
termin I
czas trwania: 120 minut

Zadanie 1 (8 punktów)**.** Rozstrzygnąć, dla jakich wartości parametru $a \in \mathbb{R}$ układ równań

$$\begin{cases} 2x - y + z = 1 \\ x + ay - 3z = 0 \\ -x + 2y - 4z = -1 \end{cases} \tag{1}$$

jest oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny, a następnie rozwiązać układ (1) dla $a = 1$.

Zadanie 2 (10 punktów)**.** Wyznaczyć dziedzinę, punkty wykresu leżące na osiach układu współrzędnych, granice na końcach przedziałów określoności, asymptoty, przedziały monotoniczności, ekstrema lokalne oraz narysować wykres funkcji

$$f(x) = \frac{x^2 - 2}{x^2 + x}.$$

Zadanie 3 (8 punktów)**.** Wyznaczyć największą i najmniejszą wartość funkcji

$$f(x) = \sin 2x - x$$

w przedziale $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

Zadanie 4 (8 punktów)**.** Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int \frac{\operatorname{arc\,tg}(\ln x)}{x}\, dx.$$

Zadanie 5 (8 punktów)**.** Obliczyć pole obszaru ograniczonego krzywymi o równaniach

$$x = y^2, \quad x - y = 2.$$

Zadanie 6 (8 punktów)**.** Wyznaczyć ekstrema lokalne funkcji

$$f(x, y) = 2x^2y - 4xy + \frac{2}{3}y^3 - 1.$$

Zachodzą następujące równości

$(x^a)' = ax^{a-1} \quad$ dla $a \in \mathbb{R}$,

$(\ln x)' = \frac{1}{x}$,

$(e^x)' = e^x, \quad (e \approx 2,718)$,

$(\sin x)' = \cos x$,

$(\cos x)' = -\sin x$,

$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$,

$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$,

$(\arcsin x)' = (-\arccos x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$,

$(\operatorname{arc\,tg} x)' = (-\operatorname{arc\,ctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$,

$\int x^a\, dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C \quad$ dla $a \neq -1$,

$\int \frac{1}{x}\, dx = \ln|x| + C$,

$\int e^x\, dx = e^x + C$,

$\int \cos x\, dx = \sin x + C$,

$\int \sin x\, dx = -\cos x + C$,

$\int \frac{1}{\cos^2 x}\, dx = \operatorname{tg} x + C$,

$\int \frac{1}{\sin^2 x}\, dx = -\operatorname{ctg} x + C$,

$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C$,

$\int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arc\,tg} x + C$.

Egzamin z Matematyki dla I roku biochemii i biotechnologii

18 lutego 2016
termin II
czas trwania: 120 minut

Zadanie 1 (8 punktów)**.** Rozstrzygnąć, dla jakich wartości parametru $a \in \mathbb{R}$ układ równań

$$\begin{cases} 4x - 13y + 5z = a \\ 3x - 5y + 2z = 4 \\ 2x + 3y - z = 7 \end{cases} \tag{1}$$

jest oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny, a następnie rozwiązać układ (1) dla $a = 1$.

Zadanie 2 (10 punktów)**.** Wyznaczyć dziedzinę, punkty wykresu leżące na osiach układu współrzędnych, granice na końcach przedziałów określoności, asymptoty, przedziały monotoniczności, ekstrema lokalne oraz narysować wykres funkcji

$$f(x) = x + 1 + \frac{1}{x-1}.$$

Zadanie 3 (8 punktów)**.** Wyznaczyć największą i najmniejszą wartość funkcji

$$f(x) = \operatorname{arc\,tg} x - \frac{1}{2}x$$

w przedziale $\left[0, \sqrt{3}\right]$.

Zadanie 4 (8 punktów)**.** Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$f(x) = \operatorname{arc\,tg} x - \frac{1}{2}x$$

Zadanie 5 (8 punktów)**.** Obliczyć pole obszaru ograniczonego krzywymi o równaniach

$$y = \frac{1}{1+x^2}, \quad y = \frac{1}{2}x^2.$$

Zadanie 6 (8 punktów)**.** Wyznaczyć ekstrema lokalne funkcji

$$f(x,y) = 3x^2y - x^3 - y^4.$$

Zachodzą następujące równości

$$(x^a)' = ax^{a-1} \quad \text{dla } a \in \mathbb{R}, \qquad \int x^a\,dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C \quad \text{dla } a \neq -1,$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}, \qquad \int \frac{1}{x}\,dx = \ln|x| + C,$$

$$(e^x)' = e^x, \quad (e \approx 2,718), \qquad \int e^x\,dx = e^x + C,$$

$$(\sin x)' = \cos x, \qquad \int \cos x\,dx = \sin x + C,$$

$$(\cos x)' = -\sin x, \qquad \int \sin x\,dx = -\cos x + C,$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}, \qquad \int \frac{1}{\cos^2 x}\,dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}, \qquad \int \frac{1}{\sin^2 x}\,dx = -\operatorname{ctg} x + C,$$

$$(\arcsin x)' = (-\arccos x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \qquad \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C,$$

$$(\operatorname{arc\,tg} x)' = (-\operatorname{arc\,ctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}, \qquad \int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arc\,tg} x + C.$$

Egzamin z Matematyki dla I roku biochemii i biotechnologii

1 lutego 2017
termin I
czas trwania: 120 minut

Zadanie 1 (8 punktów)**.** Rozstrzygnąć, dla jakich wartości parametru $a \in \mathbb{R}$ układ równań

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 9 \\ -x + y - 2z = -5 \\ 3x + 2y + az = -5 \end{cases} \tag{1}$$

jest oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny, a następnie rozwiązać układ (1) dla $a = -4$.

Zadanie 2 (10 punktów)**.** Wyznaczyć dziedzinę, punkty wykresu leżące na osiach układu współrzędnych, granice na końcach przedziałów określoności, asymptoty, przedziały monotoniczności, ekstrema lokalne oraz narysować wykres funkcji

$$f(x) = \frac{3x^2 - 7x + 2}{x + 1}.$$

Zadanie 3 (8 punktów)**.** Wyznaczyć największą i najmniejszą wartość funkcji

$$f(x) = e^{2x+7}(x^2 + 2x - 1)$$

w przedziale $[-4, 1]$.

Zadanie 4 (8 punktów)**.** Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int x^3 \sin x^2 \, dx.$$

Zadanie 5 (8 punktów)**.** Obliczyć pole obszaru ograniczonego krzywymi o równaniach

$$y = 2(x + 1)^2, \qquad y = (x + 1)^2 + 4.$$

Zadanie 6 (8 punktów)**.** Wyznaczyć ekstrema lokalne funkcji

$$f(x, y) = 4x^2 y + \tfrac{1}{3} y^3 + 32x - 20y.$$

Zachodzą następujące równości

$$(x^a)' = ax^{a-1} \quad \text{dla } a \in \mathbb{R}, \qquad \int x^a \, dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C \quad \text{dla } a \neq -1,$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}, \qquad \int \frac{1}{x} \, dx = \ln|x| + C,$$

$$(e^x)' = e^x, \quad (e \approx 2,718), \qquad \int e^x \, dx = e^x + C,$$

$$(\sin x)' = \cos x, \qquad \int \cos x \, dx = \sin x + C,$$

$$(\cos x)' = -\sin x, \qquad \int \sin x \, dx = -\cos x + C,$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}, \qquad \int \frac{1}{\cos^2 x} \, dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}, \qquad \int \frac{1}{\sin^2 x} \, dx = -\operatorname{ctg} x + C,$$

$$(\arcsin x)' = (-\arccos x)' = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}, \qquad \int \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}} = \arcsin x + C,$$

$$(\operatorname{arc\,tg} x)' = (-\operatorname{arc\,ctg} x)' = \frac{1}{1 + x^2}, \qquad \int \frac{dx}{1 + x^2} = \operatorname{arc\,tg} x + C.$$

Egzamin z Matematyki dla I roku biochemii i biotechnologii

20 lutego 2017
termin II
czas trwania: 120 minut

Zadanie 1 (8 punktów)**.** Rozstrzygnąć, dla jakich wartości parametru $c \in \mathbb{R}$ układ równań

$$\begin{cases} x + 2y - z = 9 \\ 2x + cy - z = 9 \\ 3x - 4y + 2z = -5 \end{cases} \tag{1}$$

jest oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny, a następnie rozwiązać układ (1) dla $c = -3$.

Zadanie 2 (10 punktów)**.** Wyznaczyć dziedzinę, punkty wykresu leżące na osiach układu współrzędnych, granice na końcach przedziałów określoności, asymptoty, przedziały monotoniczności, ekstrema lokalne oraz narysować wykres funkcji

$$f(x) = \frac{x^2 + 4x - 5}{x - 3}.$$

Zadanie 3 (8 punktów)**.** Wyznaczyć największą i najmniejszą wartość funkcji

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 3x + 10$$

w przedziale $[0, 4]$.

Zadanie 4 (8 punktów)**.** Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx.$$

Zadanie 5 (8 punktów)**.** Obliczyć pole obszaru ograniczonego krzywymi o równaniach

$$x + y - 6 = 0, \qquad xy - 5 = 0.$$

Zadanie 6 (8 punktów)**.** Wyznaczyć ekstrema lokalne funkcji

$$f(x, y) = x^3 + xy^2 + 2xy - 3x + 4.$$

Zachodzą następujące równości

$(x^a)' = ax^{a-1}$ dla $a \in \mathbb{R}$, $\qquad \int x^a\, dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C$ dla $a \neq -1$,

$(\ln x)' = \frac{1}{x}$, $\qquad \int \frac{1}{x}\, dx = \ln|x| + C$,

$(e^x)' = e^x$, $(e \approx 2,718)$, $\qquad \int e^x\, dx = e^x + C$,

$(\sin x)' = \cos x$, $\qquad \int \cos x\, dx = \sin x + C$,

$(\cos x)' = -\sin x$, $\qquad \int \sin x\, dx = -\cos x + C$,

$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $\qquad \int \frac{1}{\cos^2 x}\, dx = \operatorname{tg} x + C$,

$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$, $\qquad \int \frac{1}{\sin^2 x}\, dx = -\operatorname{ctg} x + C$,

$(\arcsin x)' = (-\arccos x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, $\qquad \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C$,

$(\operatorname{arc\,tg} x)' = (-\operatorname{arc\,ctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$, $\qquad \int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arc\,tg} x + C$.

Egzamin z Matematyki dla I roku biochemii i biotechnologii

30 stycznia 2018
termin I
czas trwania: 120 minut

Zadanie 1 (8 punktów)**.** Rozstrzygnąć, dla jakich wartości parametru $a \in \mathbb{R}$ układ równań

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 6 \\ x + y + z = 5 \\ ax + y - z = 1 \end{cases} \tag{1}$$

jest oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny, a następnie rozwiązać układ (1) dla $a = 1$.

Zadanie 2 (10 punktów)**.** Wyznaczyć dziedzinę, punkty wykresu leżące na osiach układu współrzędnych, granice na końcach przedziałów określoności, asymptoty, przedziały monotoniczności, ekstrema lokalne oraz narysować wykres funkcji

$$f(x) = \frac{2 + x}{(1 - 2x)^2}.$$

Zadanie 3 (8 punktów)**.** Liczba bakterii w pewnym eksperymencie została określona w przybliżeniu funkcją zależną od czasu (w godzinach)

$$f(x) = (6\sqrt{x} - 3x)e^{2\sqrt{x}}.$$

Po jakim czasie eksperyment się skończył (bakterie zginęły)? W którym momencie ich liczba była największa?

Zadanie 4 (8 punktów)**.** Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int \frac{(\ln x - 1)\sin\ln x}{x}\, dx.$$

Zadanie 5 (8 punktów)**.** Obliczyć pole obszaru ograniczonego krzywymi o równaniach

$$x - y^2 = 0, \qquad x - y - 6 = 0.$$

Zadanie 6 (8 punktów)**.** Wyznaczyć ekstrema lokalne funkcji

$$f(x, y) = x^2y + y^3 + 2xy - 3y + 2.$$

Zachodzą następujące równości

$$(x^a)' = ax^{a-1} \quad \text{dla } a \in \mathbb{R}, \qquad \int x^a\, dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C \quad \text{dla } a \neq -1,$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}, \qquad \int \frac{1}{x}\, dx = \ln|x| + C,$$

$$(e^x)' = e^x, \quad (e \approx 2,718), \qquad \int e^x\, dx = e^x + C,$$

$$(\sin x)' = \cos x, \qquad \int \cos x\, dx = \sin x + C,$$

$$(\cos x)' = -\sin x, \qquad \int \sin x\, dx = -\cos x + C,$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}, \qquad \int \frac{1}{\cos^2 x}\, dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}, \qquad \int \frac{1}{\sin^2 x}\, dx = -\operatorname{ctg} x + C,$$

$$(\arcsin x)' = (-\arccos x)' = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}, \qquad \int \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}} = \arcsin x + C,$$

$$(\operatorname{arc\,tg} x)' = (-\operatorname{arc\,ctg} x)' = \frac{1}{1 + x^2}, \qquad \int \frac{dx}{1 + x^2} = \operatorname{arc\,tg} x + C.$$

Egzamin z Matematyki dla I roku biochemii i biotechnologii

21 lutego 2018
termin II
czas trwania: 120 minut

Zadanie 1 (8 punktów)**.** Rozstrzygnąć, dla jakich wartości parametru $a \in \mathbb{R}$ układ równań

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x - y + 2z = 1 \\ -3x + ay - z = 1 \end{cases} \tag{1}$$

jest oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny, a następnie rozwiązać układ (1) dla $a = 1$.

Zadanie 2 (10 punktów)**.** Wyznaczyć dziedzinę, punkty wykresu leżące na osiach układu współrzędnych, granice na końcach przedziałów określoności, asymptoty, przedziały monotoniczności, ekstrema lokalne oraz narysować wykres funkcji

$$f(x) = \frac{(1-2x)^2}{2+x}.$$

Zadanie 3 (8 punktów)**.** Liczba bakterii w pewnym eksperymencie została określona w przybliżeniu funkcją zależną od czasu (w godzinach)

$$f(x) = (5x - x^2)e^{\ln 2\sqrt{x}}.$$

Po jakim czasie eksperyment się skończył (bakterie zginęły)? W którym momencie ich liczba była największa?

Zadanie 4 (8 punktów)**.** Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int \sin\sqrt{x}\,dx.$$

Zadanie 5 (8 punktów)**.** Obliczyć pole obszaru ograniczonego krzywymi o równaniach

$$y - x^2 + 2x - 4 = 0, \qquad y + 2x^2 - 5 = 0.$$

Zadanie 6 (8 punktów)**.** Wyznaczyć ekstrema lokalne funkcji

$$f(x,y) = x^3 - 3x^2y + 3y^2 + 6y - 5.$$

Zachodzą następujące równości

$$(x^a)' = ax^{a-1} \quad \text{dla } a \in \mathbb{R}, \qquad \int x^a\,dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C \quad \text{dla } a \neq -1,$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}, \qquad \int \frac{1}{x}\,dx = \ln|x| + C,$$

$$(e^x)' = e^x, \quad (e \approx 2,718), \qquad \int e^x\,dx = e^x + C,$$

$$(\sin x)' = \cos x, \qquad \int \cos x\,dx = \sin x + C,$$

$$(\cos x)' = -\sin x, \qquad \int \sin x\,dx = -\cos x + C,$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}, \qquad \int \frac{1}{\cos^2 x}\,dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}, \qquad \int \frac{1}{\sin^2 x}\,dx = -\operatorname{ctg} x + C,$$

$$(\arcsin x)' = (-\arccos x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \qquad \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C,$$

$$(\operatorname{arc\,tg} x)' = (-\operatorname{arc\,ctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}, \qquad \int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arc\,tg} x + C.$$

Egzamin z Matematyki dla I roku biochemii i biotechnologii

29 stycznia 2019
termin I
czas trwania: 120 minut

Zadanie 1 (8 punktów)**.** Rozstrzygnąć, dla jakich wartości parametru $a \in \mathbb{R}$ układ równań

$$\begin{cases} x + ay + z = -1 \\ 3x + 2z = -2 \\ ax - ay + z = 1 \end{cases} \tag{1}$$

jest oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny, a następnie rozwiązać układ (1) dla $a = 1$.

Zadanie 2 (10 punktów)**.** Wyznaczyć dziedzinę, punkty wykresu leżące na osiach układu współrzędnych, granice na końcach przedziałów określoności, asymptoty, przedziały monotoniczności, ekstrema lokalne oraz narysować wykres funkcji

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 + 4x}.$$

Zadanie 3 (8 punktów)**.** Wyznaczyć największą i najmniejszą wartość funkcji

$$f(x) = (2 + x)e^2 e^{0.5x^2 - x}$$

w przedziale $[-3, 1]$.

Zadanie 4 (8 punktów)**.** Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int \big(3x^3 + 6x + 3x \operatorname{arc\,tg}(x^2 + 2)\big)\, dx.$$

Zadanie 5 (8 punktów)**.** Obliczyć pole obszaru ograniczonego krzywymi o równaniach

$$xy = -3, \qquad y - x = x + 7.$$

Zadanie 6 (8 punktów)**.** Wyznaczyć ekstrema lokalne funkcji

$$f(x, y) = \frac{1}{3}x^3 + y^2 x + 2xy - 2y^2 - 4x - 4y + 5.$$

Zachodzą następujące równości

$$(x^a)' = ax^{a-1} \quad \text{dla } a \in \mathbb{R}, \qquad \int x^a\, dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C \quad \text{dla } a \neq -1,$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}, \qquad \int \frac{1}{x}\, dx = \ln|x| + C,$$

$$(e^x)' = e^x, \quad (e \approx 2,718), \qquad \int e^x\, dx = e^x + C,$$

$$(\sin x)' = \cos x, \qquad \int \cos x\, dx = \sin x + C,$$

$$(\cos x)' = -\sin x, \qquad \int \sin x\, dx = -\cos x + C,$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}, \qquad \int \frac{1}{\cos^2 x}\, dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}, \qquad \int \frac{1}{\sin^2 x}\, dx = -\operatorname{ctg} x + C,$$

$$(\arcsin x)' = (-\arccos x)' = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}, \qquad \int \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}} = \arcsin x + C,$$

$$(\operatorname{arc\,tg} x)' = (-\operatorname{arc\,ctg} x)' = \frac{1}{1 + x^2}, \qquad \int \frac{dx}{1 + x^2} = \operatorname{arc\,tg} x + C.$$

Egzamin z Matematyki dla I roku biochemii i biotechnologii

19 lutego 2019
termin II
czas trwania: 120 minut

Zadanie 1 (8 punktów)**.** Rozstrzygnąć, dla jakich wartości parametru $c \in \mathbb{R}$ układ równań

$$(1) \qquad \begin{cases} 3x + 2y + cz = -3 \\ cx - y - cz = 0 \\ x + y + cz = -1 \end{cases}$$

jest oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny, a następnie rozwiązać układ (1) dla $c = 1$.

Zadanie 2 (10 punktów)**.** Wyznaczyć dziedzinę, punkty wykresu leżące na osiach układu współrzędnych, granice na końcach przedziałów określoności, asymptoty, przedziały monotoniczności, ekstrema lokalne oraz narysować wykres funkcji

$$f(x) = \frac{-4x}{x^2 + 3x - 2}.$$

Zadanie 3 (8 punktów)**.** Wyznaczyć największą i najmniejszą wartość funkcji

$$f(x) = e^{-x} \sin x$$

w przedziale $[0, \pi]$.

Zadanie 4 (8 punktów)**.** Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int x^3 e^{x^2+6}\, dx.$$

Zadanie 5 (8 punktów)**.** Obliczyć pole obszaru ograniczonego krzywymi o równaniach

$$xy = 9, \qquad y = -x - 10.$$

Zadanie 6 (8 punktów)**.** Wyznaczyć ekstrema lokalne funkcji

$$f(x, y) = 3x^2 y + 6xy + y^3 + 6.$$

Zachodzą następujące równości

$$(x^a)' = ax^{a-1} \quad \text{dla } a \in \mathbb{R}, \qquad \int x^a\, dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C \quad \text{dla } a \neq -1,$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}, \qquad \int \frac{1}{x}\, dx = \ln|x| + C,$$

$$(e^x)' = e^x, \quad (e \approx 2,718), \qquad \int e^x\, dx = e^x + C,$$

$$(\sin x)' = \cos x, \qquad \int \cos x\, dx = \sin x + C,$$

$$(\cos x)' = -\sin x, \qquad \int \sin x\, dx = -\cos x + C,$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}, \qquad \int \frac{1}{\cos^2 x}\, dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}, \qquad \int \frac{1}{\sin^2 x}\, dx = -\operatorname{ctg} x + C,$$

$$(\arcsin x)' = (-\arccos x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \qquad \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C,$$

$$(\operatorname{arc\,tg} x)' = (-\operatorname{arc\,ctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}, \qquad \int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arc\,tg} x + C.$$

Egzamin z Matematyki dla I roku biochemii i biotechnologii

30 stycznia 2020
termin I
czas trwania: 120 minut

Zadanie 1 (8 punktów)**.** Rozstrzygnąć, dla jakich wartości parametru $a \in \mathbb{R}$ układ równań

$$\begin{cases} 6ax + 3z = 0 \\ -x + ay - 2z = 3 \\ x + y - z = 3 \end{cases} \tag{1}$$

jest oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny, a następnie rozwiązać układ (1) dla $a = 2$.

Zadanie 2 (10 punktów)**.** Wyznaczyć dziedzinę, punkty wykresu leżące na osiach układu współrzędnych, granice na końcach przedziałów określoności, asymptoty, pochodną, przedziały monotoniczności, ekstrema lokalne oraz narysować wykres funkcji

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2 - x - 6}.$$

Zadanie 3 (8 punktów)**.** Liczba bakterii (w milionach) w pewnym eksperymencie została określona w przybliżeniu funkcją zależną od czasu (w godzinach)

$$f(x) = 4 - \sqrt{x^3 - 4x + 16}.$$

Po jakim czasie eksperyment się skończył (bakterie zginęły)? W którym momencie ich liczba była największa?

Zadanie 4 (8 punktów)**.** Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int \left(5x^3 - 10x\right) \sin(x^2 - 2)\, dx.$$

Zadanie 5 (8 punktów)**.** Obliczyć pole obszaru ograniczonego krzywymi o równaniach

$$y = ex, \quad y = xe^x.$$

Zadanie 6 (8 punktów)**.** Wyznaczyć ekstrema lokalne funkcji

$$f(x, y) = x^3 - y^2 - 4x^2 + xy + x - 2y + 1.$$

Zachodzą następujące równości

$$(x^a)' = ax^{a-1} \quad \text{dla } a \in \mathbb{R}, \qquad \int x^a\, dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C \quad \text{dla } a \neq -1,$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}, \quad (\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}, \quad \text{dla } a > 0 \text{ i } a \neq 1, \qquad \int \frac{1}{x}\, dx = \ln|x| + C,$$

$$(a^x)' = a^x \ln a, \quad \text{dla } a > 0 \text{ i } a \neq 1, \qquad \int a^x\, dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, \quad \text{dla } a > 0 \text{ i } a \neq 1,$$

$$(e^x)' = e^x, \quad (e \approx 2,718), \qquad \int e^x\, dx = e^x + C,$$

$$(\sin x)' = \cos x, \qquad \int \cos x\, dx = \sin x + C,$$

$$(\cos x)' = -\sin x, \qquad \int \sin x\, dx = -\cos x + C,$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}, \qquad \int \frac{1}{\cos^2 x}\, dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}, \qquad \int \frac{1}{\sin^2 x}\, dx = -\operatorname{ctg} x + C,$$

$$(\arcsin x)' = (-\arccos x)' = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}, \qquad \int \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}} = \arcsin x + C,$$

$$(\operatorname{arc\,tg} x)' = (-\operatorname{arc\,ctg} x)' = \frac{1}{1 + x^2}, \qquad \int \frac{dx}{1 + x^2} = \operatorname{arc\,tg} x + C.$$

Egzamin z Matematyki dla I roku biochemii i biotechnologii

18 lutego 2020
termin II
czas trwania: 120 minut

Zadanie 1 (8 punktów)**.** Rozstrzygnąć, dla jakich wartości parametru $c \in \mathbb{R}$ układ równań

$$\begin{cases} x + cy - z = 1 \\ 2cx + 3y + 2z = 3 \\ x + y - z = 1 \end{cases} \tag{1}$$

jest oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny, a następnie rozwiązać układ (1) dla $c = 0$.

Zadanie 2 (10 punktów)**.** Wyznaczyć dziedzinę, punkty wykresu leżące na osiach układu współrzędnych, granice na końcach przedziałów określoności, asymptoty, przedziały monotoniczności, ekstrema lokalne oraz narysować wykres funkcji

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x - 4}{2 - x}.$$

Zadanie 3 (8 punktów)**.** Liczba bakterii (w milionach) w pewnym eksperymencie została określona w przybliżeniu funkcją zależną od czasu (w godzinach)

$$f(x) = e^{\frac{5}{4}\pi - x} \sin x.$$

Po jakim czasie eksperyment się skończył (bakterie zginęły)? W którym momencie ich liczba była największa?

Zadanie 4 (8 punktów)**.** Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int \frac{e^{\frac{2}{x}}}{x^3}\, dx.$$

Zadanie 5 (8 punktów)**.** Obliczyć pole obszaru ograniczonego krzywymi o równaniach

$$y = 2(x+4)(x+1), \qquad y = x^2 + 4x + 3.$$

Zadanie 6 (8 punktów)**.** Wyznaczyć ekstrema lokalne funkcji

$$f(x, y) = x^3 - x - xy + 2y^2 - 5.$$

Zachodzą następujące równości

$$(x^a)' = ax^{a-1} \quad \text{dla } a \in \mathbb{R}, \qquad \int x^a\, dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C \quad \text{dla } a \neq -1,$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}, \qquad \int \frac{1}{x}\, dx = \ln|x| + C,$$

$$(e^x)' = e^x, \quad (e \approx 2{,}718), \qquad \int e^x\, dx = e^x + C,$$

$$(\sin x)' = \cos x, \qquad \int \cos x\, dx = \sin x + C,$$

$$(\cos x)' = -\sin x, \qquad \int \sin x\, dx = -\cos x + C,$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}, \qquad \int \frac{1}{\cos^2 x}\, dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}, \qquad \int \frac{1}{\sin^2 x}\, dx = -\operatorname{ctg} x + C,$$

$$(\arcsin x)' = (-\arccos x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \qquad \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C,$$

$$(\operatorname{arc\,tg} x)' = (-\operatorname{arc\,ctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}, \qquad \int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arc\,tg} x + C.$$

Egzamin z Matematyki dla I roku biochemii i biotechnologii

1 lutego 2021
termin I
czas trwania: 120 minut

Zadanie 1 (8 punktów). Rozstrzygnąć, dla jakich wartości parametru $a \in \mathbb{R}$ układ równań

$$\begin{cases} x + y + az = 1 \\ x + 2y + z = 2 \\ 2x + ay + 2z = 1 \end{cases} \tag{1}$$

jest oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny, a następnie rozwiązać układ (1) dla $a = 1$.

Zadanie 2 (10 punktów). Wyznaczyć dziedzinę, punkty wykresu leżące na osiach układu współrzędnych, granice na końcach przedziałów określoności, asymptoty, przedziały monotoniczności, ekstrema lokalne oraz narysować wykres funkcji

$$f(x) = \frac{5 - 3x}{x^2 - 1}.$$

Zadanie 3 (8 punktów). Wyznaczyć największą i najmniejszą wartość funkcji

$$f(x) = x - \frac{2}{x} - 3 \ln x, \quad x \in \left[1, e^4\right].$$

Zadanie 4 (8 punktów). Stosując podstawienie $\cos x = t$ obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int \frac{\sin x(1 - \cos x)}{1 + \cos^2 x}\, dx.$$

Zadanie 5 (8 punktów). Obliczyć długość krzywej

$$x = \frac{1}{4} y^2 - \frac{1}{2} \ln y, \quad y \in [1, e].$$

Zadanie 6 (8 punktów). Wyznaczyć ekstrema lokalne funkcji

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 9xy + 27.$$

Zachodzą następujące równości

$(x^a)' = ax^{a-1}$ dla $a \in \mathbb{R}$,

$(\ln x)' = \frac{1}{x}$, $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$ dla $a > 0$ i $a \neq 1$,

$(a^x)' = a^x \ln a$ dla $a > 0$ i $a \neq 1$,

$(e^x)' = e^x$, $(e \approx 2,718)$,

$(\sin x)' = \cos x$,

$(\cos x)' = -\sin x$,

$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$,

$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$,

$(\arcsin x)' = (-\arccos x)' = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$,

$(\operatorname{arc\,tg} x)' = (-\operatorname{arc\,ctg} x)' = \frac{1}{1 + x^2}$,

$\int x^a\, dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C$ dla $a \neq -1$,

$\int \frac{1}{x}\, dx = \ln |x| + C$,

$\int a^x\, dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$ dla $a > 0$ i $a \neq 1$,

$\int e^x\, dx = e^x + C$,

$\int \cos x\, dx = \sin x + C$,

$\int \sin x\, dx = -\cos x + C$,

$\int \frac{1}{\cos^2 x}\, dx = \operatorname{tg} x + C$,

$\int \frac{1}{\sin^2 x}\, dx = -\operatorname{ctg} x + C$,

$\int \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}\, dx = \arcsin x + C$,

$\int \frac{1}{1 + x^2}\, dx = \operatorname{arc\,tg} x + C$.

Egzamin z Matematyki dla I roku biochemii i biotechnologii

18 lutego 2021
termin II
czas trwania: 120 minut

Zadanie 1 (8 punktów)**.** Rozstrzygnąć, dla jakich wartości parametru $a \in \mathbb{R}$ układ równań

$$(1) \qquad \begin{cases} ax + 2y + z = 1 \\ x + 3y + 2z = 1 \\ x + ay = 1 \end{cases}$$

jest oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny, a następnie rozwiązać układ (1) dla $a = 0$.

Zadanie 2 (10 punktów)**.** Wyznaczyć dziedzinę, punkty wykresu leżące na osiach układu współrzędnych, granice na końcach przedziałów określoności, asymptoty, przedziały monotoniczności, ekstrema lokalne oraz narysować wykres funkcji

$$f(x) = \frac{2x^2 - 5x + 2}{3x^2 - 10x + 3}.$$

Zadanie 3 (8 punktów)**.** Wyznaczyć największą i najmniejszą wartość funkcji

$$f(x) = (x^2 - 3)e^x, \quad x \in \left[-4, \sqrt{3}\right].$$

Zadanie 4 (8 punktów)**.** Stosując podstawienie $\sqrt{x} = t$ obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int \sin \sqrt{x}\, dx.$$

Zadanie 5 (8 punktów)**.** Obliczyć pole obszaru ograniczonego krzywymi

$$y = 0, \quad y = (e - x) \ln x.$$

Zadanie 6 (8 punktów)**.** Wyznaczyć ekstrema lokalne funkcji

$$f(x, y) = x^3 - 3xy^2 - 3y^3 + 15y.$$

Zachodzą następujące równości

$$(x^a)' = ax^{a-1} \quad \text{dla } a \in \mathbb{R},$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}, \quad (\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} \quad \text{dla } a > 0 \text{ i } a \neq 1,$$

$$(a^x)' = a^x \ln a \quad \text{dla } a > 0 \text{ i } a \neq 1,$$

$$(e^x)' = e^x, \quad (e \approx 2,718),$$

$$(\sin x)' = \cos x,$$

$$(\cos x)' = -\sin x,$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x},$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x},$$

$$(\arcsin x)' = (-\arccos x)' = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}},$$

$$(\operatorname{arc\,tg} x)' = (-\operatorname{arc\,ctg} x)' = \frac{1}{1 + x^2},$$

$$\int x^a\, dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C \quad \text{dla } a \neq -1,$$

$$\int \frac{1}{x}\, dx = \ln |x| + C,$$

$$\int a^x\, dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad \text{dla } a > 0 \text{ i } a \neq 1,$$

$$\int e^x\, dx = e^x + C,$$

$$\int \cos x\, dx = \sin x + C,$$

$$\int \sin x\, dx = -\cos x + C,$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x}\, dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x}\, dx = -\operatorname{ctg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}\, dx = \arcsin x + C,$$

$$\int \frac{1}{1 + x^2}\, dx = \operatorname{arc\,tg} x + C.$$

Egzamin z Matematyki dla I roku biochemii i biotechnologii

1 lutego 2022
termin I
czas trwania: 120 minut

Zadanie 1 (8 punktów)**.** Rozstrzygnąć, dla jakich wartości parametru $a \in \mathbb{R}$ układ równań

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ -2x + ay + 3z = 3 \\ -x + 3y + 4z = 3a \end{cases} \tag{1}$$

jest oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny, a następnie rozwiązać układ (1) dla $a = 0$.

Zadanie 2 (10 punktów)**.** Wyznaczyć dziedzinę, punkty wykresu leżące na osiach układu współrzędnych, granice na końcach przedziałów określoności, asymptoty, pochodną, przedziały monotoniczności, ekstrema lokalne oraz narysować wykres funkcji

$$f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x^2+1}}.$$

Zadanie 3 (8 punktów)**.** Wyznaczyć największą i najmniejszą wartość funkcji

$$f(x) = |x^2 - 3x + 2|, \quad x \in [-10, 10].$$

Zadanie 4 (8 punktów)**.** Stosując wzór na całkowanie przez części obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int \arcsin(\sin x)\, dx, \quad x \in \left[\frac{1}{2}\pi, \frac{3}{2}\pi\right],$$

a następnie całkę Riemanna

$$\int_{\frac{1}{2}\pi}^{\frac{3}{2}\pi} \arcsin(\sin x)\, dx.$$

Zadanie 5 (8 punktów)**.** Obliczyć pole figury ograniczonej krzywą $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1$ oraz osiami współrzędnych.

Zadanie 6 (8 punktów)**.** Wyznaczyć ekstrema lokalne funkcji

$$f(x, y) = xy + \frac{50}{x} + \frac{20}{y}.$$

Zachodzą następujące równości

$(x^a)' = ax^{a-1}$ dla $a \in \mathbb{R}$,

$(\ln x)' = \frac{1}{x}$, $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$ dla $a > 0$ i $a \neq 1$,

$(a^x)' = a^x \ln a$ dla $a > 0$ i $a \neq 1$,

$(e^x)' = e^x$, $(e \approx 2,718)$,

$(\sin x)' = \cos x$,

$(\cos x)' = -\sin x$,

$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$,

$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$,

$(\arcsin x)' = (-\arccos x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$,

$(\operatorname{arc\,tg} x)' = (-\operatorname{arc\,ctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$,

$\int x^a\, dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C$ dla $a \neq -1$,

$\int \frac{1}{x}\, dx = \ln|x| + C$,

$\int a^x\, dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$ dla $a > 0$ i $a \neq 1$,

$\int e^x\, dx = e^x + C$,

$\int \cos x\, dx = \sin x + C$,

$\int \sin x\, dx = -\cos x + C$,

$\int \frac{1}{\cos^2 x}\, dx = \operatorname{tg} x + C$,

$\int \frac{1}{\sin^2 x}\, dx = -\operatorname{ctg} x + C$,

$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\, dx = \arcsin x + C$,

$\int \frac{1}{1+x^2}\, dx = \operatorname{arc\,tg} x + C$.

Egzamin z Matematyki dla I roku biochemii i biotechnologii

22 lutego 2022
termin II
czas trwania: 120 minut

Zadanie 1 (8 punktów). Rozstrzygnąć, dla jakich wartości parametru $a \in \mathbb{R}$ układ równań

$$\begin{cases} x + y + az = 2 \\ -x + 2y + 3z = 2 \\ ax - y - z = 0 \end{cases} \tag{1}$$

jest oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny, a następnie rozwiązać układ (1) dla $a = 1$.

Zadanie 2 (10 punktów). Wyznaczyć dziedzinę, punkty wykresu leżące na osiach układu współrzędnych, granice na końcach przedziałów określoności, asymptoty, pochodną, przedziały monotoniczności, ekstrema lokalne oraz narysować wykres funkcji

$$f(x) = \frac{2x^2}{4 - x^2}.$$

Zadanie 3 (8 punktów). Wyznaczyć największą i najmniejszą wartość funkcji

$$f(x) = 2\sin x + \sin 2x, \quad x \in \left[0, \frac{3}{2}\pi\right].$$

Zadanie 4 (8 punktów). Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int x^3 \sqrt[3]{1 + x^2}\, dx.$$

Zadanie 5 (8 punktów). Obliczyć pole figury ograniczonej parabolami $y^2 = x$, $x^2 = 8y$.

Zadanie 6 (8 punktów). Wyznaczyć ekstrema lokalne funkcji

$$f(x, y) = 4x^2y + 8x^2 - \frac{1}{3}y^3.$$

Zachodzą następujące równości

$(x^a)' = ax^{a-1}$ dla $a \in \mathbb{R}$,

$(\ln x)' = \frac{1}{x}$, $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$ dla $a > 0$ i $a \neq 1$,

$(a^x)' = a^x \ln a$ dla $a > 0$ i $a \neq 1$,

$(e^x)' = e^x$, $(e \approx 2,718)$,

$(\sin x)' = \cos x$,

$(\cos x)' = -\sin x$,

$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$,

$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$,

$(\arcsin x)' = (-\arccos x)' = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$,

$(\operatorname{arc\,tg} x)' = (-\operatorname{arc\,ctg} x)' = \frac{1}{1 + x^2}$,

$\int x^a\, dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C$ dla $a \neq -1$,

$\int \frac{1}{x}\, dx = \ln|x| + C$,

$\int a^x\, dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$ dla $a > 0$ i $a \neq 1$,

$\int e^x\, dx = e^x + C$,

$\int \cos x\, dx = \sin x + C$,

$\int \sin x\, dx = -\cos x + C$,

$\int \frac{1}{\cos^2 x}\, dx = \operatorname{tg} x + C$,

$\int \frac{1}{\sin^2 x}\, dx = -\operatorname{ctg} x + C$,

$\int \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}\, dx = \arcsin x + C$,

$\int \frac{1}{1 + x^2}\, dx = \operatorname{arc\,tg} x + C$.

Egzamin z Matematyki dla I roku biochemii i biotechnologii

31 stycznia 2023
termin I
czas trwania: 120 minut

Zadanie 1 (8 punktów)**.** Rozstrzygnąć, dla jakich wartości parametru $a \in \mathbb{R}$ układ równań

$$\begin{cases} ax + y + z = 1 \\ 2x + y - z = 2a \\ x - y + 3z = 0 \end{cases} \tag{1}$$

jest oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny, a następnie rozwiązać układ (1) dla $a = 1$.

Zadanie 2 (10 punktów)**.** Wyznaczyć dziedzinę, punkty wykresu leżące na osiach układu współrzędnych, granice na końcach przedziałów określoności, asymptoty, pochodną, przedziały monotoniczności, ekstrema lokalne oraz narysować wykres funkcji

$$f(x) = \frac{5 - 3x}{x^2 - 1}.$$

Zadanie 3 (8 punktów)**.** Wyznaczyć największą i najmniejszą wartość funkcji

$$f(x) = (x - 2)^2 e^{x + x^2/2}, \quad x \in [-1, 3].$$

Zadanie 4 (8 punktów)**.** Obliczyć całkę

$$\int_{1/\pi}^{2/\pi} \frac{1}{x^3} \sin \frac{1}{x} \, dx.$$

Zadanie 5 (8 punktów)**.** Obliczyć pole figury ograniczonej krzywą $y = |\log_{10} x|$, osią x oraz prostymi $x = 1/10$, $x = 10$.

Zadanie 6 (8 punktów)**.** Wyznaczyć ekstrema lokalne funkcji

$$f(x, y) = 2x^4 + y^4 - x^2 - 2y^2.$$

Zachodzą następujące równości

$(x^a)' = ax^{a-1}$ dla $a \in \mathbb{R}$,

$(\ln x)' = \frac{1}{x}$, $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$ dla $a > 0$ i $a \neq 1$,

$(a^x)' = a^x \ln a$ dla $a > 0$ i $a \neq 1$,

$(e^x)' = e^x$, $(e \approx 2,718)$,

$(\sin x)' = \cos x$,

$(\cos x)' = -\sin x$,

$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$,

$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$,

$(\arcsin x)' = (-\arccos x)' = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$,

$(\operatorname{arc\,tg} x)' = (-\operatorname{arc\,ctg} x)' = \frac{1}{1 + x^2}$,

$\int x^a \, dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C$ dla $a \neq -1$,

$\int \frac{1}{x} \, dx = \ln |x| + C$,

$\int a^x \, dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$ dla $a > 0$ i $a \neq 1$,

$\int e^x \, dx = e^x + C$,

$\int \cos x \, dx = \sin x + C$,

$\int \sin x \, dx = -\cos x + C$,

$\int \frac{1}{\cos^2 x} \, dx = \operatorname{tg} x + C$,

$\int \frac{1}{\sin^2 x} \, dx = -\operatorname{ctg} x + C$,

$\int \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} \, dx = \arcsin x + C$,

$\int \frac{1}{1 + x^2} \, dx = \operatorname{arc\,tg} x + C$.

Egzamin z Matematyki dla I roku biochemii i biotechnologii

21 lutego 2023
termin II
czas trwania: 120 minut

Zadanie 1 (8 punktów). Rozstrzygnąć, dla jakich wartości parametru $a \in \mathbb{R}$ układ równań

$$\begin{cases} 4x - 13y + 5z = a \\ 3x - 5y + 2z = 4 \\ 2x + 3y - z = 7 \end{cases} \tag{1}$$

jest oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny, a następnie rozwiązać układ (1) dla $a = 1$.

Zadanie 2 (10 punktów). Wyznaczyć dziedzinę, punkty wykresu leżące na osiach układu współrzędnych, granice na końcach przedziałów określoności, asymptoty, przedziały monotoniczności, ekstrema lokalne oraz narysować wykres funkcji

$$f(x) = x + 1 + \frac{1}{x-1}.$$

Zadanie 3 (8 punktów). Wyznaczyć największą i najmniejszą wartość funkcji

$$f(x) = \operatorname{arc\,tg} x - \frac{1}{2}x$$

w przedziale $\left[0, \sqrt{3}\right]$.

Zadanie 4 (8 punktów). Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int \sin(x)\cos(x)e^{\sin(x)}\,dx.$$

Zadanie 5 (8 punktów). Obliczyć pole obszaru ograniczonego krzywymi o równaniach

$$y = \frac{1}{1+x^2}, \quad y = \frac{1}{2}x^2.$$

Zadanie 6 (8 punktów). Wyznaczyć ekstrema lokalne funkcji

$$f(x,y) = 3x^2y - x^3 - y^4.$$

Zachodzą następujące równości

$(x^a)' = ax^{a-1}$ dla $a \in \mathbb{R}$,

$(\ln x)' = \frac{1}{x}$, $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$ dla $a > 0$ i $a \neq 1$,

$(a^x)' = a^x \ln a$ dla $a > 0$ i $a \neq 1$,

$(e^x)' = e^x$, $(e \approx 2,718)$,

$(\sin x)' = \cos x$,

$(\cos x)' = -\sin x$,

$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$,

$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$,

$(\arcsin x)' = (-\arccos x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$,

$(\operatorname{arc\,tg} x)' = (-\operatorname{arc\,ctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$,

$\int x^a\,dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C$ dla $a \neq -1$,

$\int \frac{1}{x}\,dx = \ln|x| + C$,

$\int a^x\,dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$ dla $a > 0$ i $a \neq 1$,

$\int e^x\,dx = e^x + C$,

$\int \cos x\,dx = \sin x + C$,

$\int \sin x\,dx = -\cos x + C$,

$\int \frac{1}{\cos^2 x}\,dx = \operatorname{tg} x + C$,

$\int \frac{1}{\sin^2 x}\,dx = -\operatorname{ctg} x + C$,

$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = \arcsin x + C$,

$\int \frac{1}{1+x^2}\,dx = \operatorname{arc\,tg} x + C$.

Egzamin z Matematyki dla I roku biochemii i biotechnologii

6 lutego 2024
termin I
czas trwania: 120 minut

Zadanie 1 (10 punktów)**.** Rozstrzygnąć, dla jakich wartości parametru $a \in \mathbb{R}$ układ równań

$$\begin{cases} ax + 3y - 3z = -1 \\ -x + 3y - az = -1 \\ 3x - y + z = 4 \end{cases} \tag{1}$$

jest oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny, a następnie rozwiązać układ (1) dla $a = 2$.

Zadanie 2 (10 punktów)**.** Wyznaczyć

(a) punkty wykresu leżące na osiach układu współrzędnych (o ile istnieją),
(b) granice na końcach przedziałów określoności i asymptoty,
(c) pochodną,
(d) przedziały monotoniczności i ekstrema lokalne,
(e) drugą pochodną,
(f) przedziały wypukłości, wklęsłości i punkty przegięcia oraz
(g) narysować wykres funkcji

$$f(x) = \frac{(x-2)^2}{x^2+4}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Zadanie 3 (10 punktów)**.** Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int \frac{1-e^x}{1+e^x}\, dx.$$

Zadanie 4 (10 punktów)**.** Obliczyć pole obszaru ograniczonego krzywymi o równaniach

$$y = x^2 \sin x, \quad y = x^2 - \pi x, \qquad 0 \le x \le \pi.$$

Zadanie 5 (10 punktów)**.** Wyznaczyć ekstrema lokalne funkcji

$$f(x,y) = x^4 + y^4 - (x+y)^2, \quad (x,y) \in \mathbb{R}^2.$$

Zachodzą następujące równości

$$(x^a)' = ax^{a-1} \quad \text{dla } a \in \mathbb{R},$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}, \quad (\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} \quad \text{dla } a > 0 \text{ i } a \neq 1,$$

$$(a^x)' = a^x \ln a \quad \text{dla } a > 0 \text{ i } a \neq 1,$$

$$(e^x)' = e^x, \quad (e \approx 2,718),$$

$$(\sin x)' = \cos x,$$

$$(\cos x)' = -\sin x,$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x},$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x},$$

$$(\arcsin x)' = (-\arccos x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}},$$

$$(\operatorname{arc\,tg} x)' = (-\operatorname{arc\,ctg} x)' = \frac{1}{1+x^2},$$

$$\int x^a\, dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C \quad \text{dla } a \neq -1,$$

$$\int \frac{1}{x}\, dx = \ln|x| + C,$$

$$\int a^x\, dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad \text{dla } a > 0 \text{ i } a \neq 1,$$

$$\int e^x\, dx = e^x + C,$$

$$\int \cos x\, dx = \sin x + C,$$

$$\int \sin x\, dx = -\cos x + C,$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x}\, dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x}\, dx = -\operatorname{ctg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\, dx = \arcsin x + C,$$

$$\int \frac{1}{1+x^2}\, dx = \operatorname{arc\,tg} x + C.$$

Egzamin z Matematyki dla I roku biochemii i biotechnologii

20 lutego 2024
termin II
czas trwania: 120 minut

Zadanie 1 (10 punktów)**.** Rozstrzygnąć, dla jakich wartości parametru $a \in \mathbb{R}$ układ równań

$$\begin{cases} ax - 2y - z = 0 \\ 2x - y + 3z = 1 \\ -x + 2ay - z = 2 \end{cases} \tag{1}$$

jest oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny, a następnie rozwiązać układ (1) dla $a = 1$.

Zadanie 2 (10 punktów)**.** Wyznaczyć

(a) punkty wykresu leżące na osiach układu współrzędnych (o ile istnieją),
(b) granice na końcach przedziałów określoności i asymptoty,
(c) pochodną,
(d) przedziały monotoniczności i ekstrema lokalne,
(e) drugą pochodną,
(f) przedziały wypukłości, wklęsłości i punkty przegięcia oraz
(g) narysować wykres funkcji

$$f(x) = \frac{(x-1)(x-2)}{x-3}, \quad x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}.$$

Zadanie 3 (10 punktów)**.** Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int e^{2x} \sin\left(e^x\right) \, dx.$$

Zadanie 4 (10 punktów)**.** Obliczyć pole obszaru ograniczonego krzywymi o równaniach

$$y = \min\{\operatorname{tg} x, \operatorname{ctg} x\}, \quad y = 0, \qquad 0 \le x \le \frac{\pi}{2}.$$

Zadanie 5 (10 punktów)**.** Wyznaczyć ekstrema lokalne funkcji

$$f(x, y) = xy + \frac{1}{2(x+y)}, \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{(x, -x) : x \in \mathbb{R}\}.$$

Zachodzą następujące równości

$(x^a)' = ax^{a-1}$ dla $a \in \mathbb{R}$,

$(\ln x)' = \frac{1}{x}$, $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$ dla $a > 0$ i $a \neq 1$,

$(a^x)' = a^x \ln a$ dla $a > 0$ i $a \neq 1$,

$(e^x)' = e^x$, $(e \approx 2,718)$,

$(\sin x)' = \cos x$,

$(\cos x)' = -\sin x$,

$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$,

$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$,

$(\arcsin x)' = (-\arccos x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$,

$(\operatorname{arc\,tg} x)' = (-\operatorname{arc\,ctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$,

$\int x^a \, dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C$ dla $a \neq -1$,

$\int \frac{1}{x} \, dx = \ln|x| + C$,

$\int a^x \, dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$ dla $a > 0$ i $a \neq 1$,

$\int e^x \, dx = e^x + C$,

$\int \cos x \, dx = \sin x + C$,

$\int \sin x \, dx = -\cos x + C$,

$\int \frac{1}{\cos^2 x} \, dx = \operatorname{tg} x + C$,

$\int \frac{1}{\sin^2 x} \, dx = -\operatorname{ctg} x + C$,

$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \, dx = \arcsin x + C$,

$\int \frac{1}{1+x^2} \, dx = \operatorname{arc\,tg} x + C$.