

Zagadnienia do sprawdzianu w ramach I części egzaminu (**oprócz wymienionych poniżej haseł obowiązuje umiejętność podawania prostych przykładów związanych z tymi zagadnieniami i pojęciami, jak również znajomość pojęć i twierdzeń z przedmiotu Topologia 1 „T” — rok akad. 2022/23**):

- topologia produktowa; otwarty cylinder (definicje)
- zbieżność ciągów uogólnionych w topologiach produktowych (sformułowanie)
- ciągłość funkcji o wartościach w produktach: zestawienie oraz produkt rodziny funkcji (sformułowanie)
- ciągłość i otwartość rzutowań z pełnych produktów na częściowe (sformułowanie)
- wzór na domknięcie produktu (sformułowanie)
- charakteryzacja T_2 w języku topologii produktowej (sformułowanie)
- metryzowalność produktu (sformułowanie)
- spójność w topologiach produktowych (sformułowanie)
- rodzina scentrowana oraz ultrafiltr (definicje)
- charakteryzacja zwartości w terminach rodzin scentrowanych (sformułowanie)
- własności ultrafiltrów (sformułowanie)
- twierdzenie Tichonowa (sformułowanie)
- kostka: Hilberta i Tichonowa (definicje)
- twierdzenie o zanurzaniu w przestrzenie normalne lub zwarte (sformułowanie)
- aksjomat oddzielania: $T_{3\frac{1}{2}}$ i jego nazwy (definicja)
- twierdzenie Urysohna o uniwersalności kostki Hilberta (sformułowanie)
- lokalna zwartość (definicja)
- uzwarcenie (definicja)
- twierdzenie Aleksandrowa o jednopunktowym uzwarceniu (sformułowanie)
- aksjomaty oddzielania w przestrzeniach lokalnie zwartych (sformułowanie)
- twierdzenie o rzucie stereograficznym (sformułowanie)
- podzbiory lokalnie zwarte w przestrzeniach Hausdorffa (sformułowanie)
- podzbiory lokalnie zwarte lokalnie zwartych przestrzeni T_2 (sformułowanie)
- lokalna zwartość iloczynu kartezjańskiego (sformułowanie)
- twierdzenie Baire'a dla przestrzeni lokalnie zwartych (sformułowanie)
- lokalne: spójność; drogowa spójność (definicje)
- charakteryzacja lokalnej spójności (sformułowanie)
- charakteryzacja lokalnie drogowej spójności (sformułowanie)
- twierdzenia: Hahna-Mazurkiewicza oraz Mazurkiewicza-Moore'a (sformułowania)
- lokalna [drogowa] spójność iloczynu kartezjańskiego (sformułowanie)
- kontinuum oraz kontinuum peanowskie (definicje)
- przecięcie scentrowanej rodziny kontinuuów (sformułowanie)
- rodzina: lokalnie skończona; dyskretna; wpisana [w inną rodzinę]; drobniejsza [od innej] (definicje)
- domknięcie rodziny lokalnie skończonej (sformułowanie)
- parazwartość (definicja)
- aksjomaty oddzielania w przestrzeniach parazwartych (sformułowanie)
- rozkład jedności: lokalnie skończony; drobniejszy od pokrycia (definicje)
- twierdzenie o rozkładzie jedności (sformułowanie)
- twierdzenie A.H. Stone'a o parazwartości (sformułowanie)
- przestrzeń Lindelöfa (definicja)
- własność Lindelöfa vs. parazwartość (sformułowanie)
- twierdzenie Urysohna-Tichonowa o metryzowalności (sformułowanie)
- sympleks (definicja)
- sympleks a kula (sformułowanie)
- triangulacja oraz podział barycentryczny; średnica triangulacji (definicje)
- lemat o średnicach podziału barycentrycznego (sformułowanie)
- lemat Spernera (sformułowanie)
- twierdzenie Brouwera o punkcie stałym (sformułowanie)
- retrakcja i retracts (definicje); twierdzenie Brouwera o retrakcji (sformułowanie)
- twierdzenie o zachowaniu obszaru (sformułowanie)
- twierdzenie o antypodach (sformułowanie)
- twierdzenia: Jordana; Schönfliesa (sformułowania)
- homotopia odwzorowań (w tym w zbiorze funkcji); $\Sigma_1(X, a, b)$ i najważniejsza relacja tamże; złączenie krzywych; pętla trywialna; $\pi_1(X, a)$; działanie w $\pi_1(X, a)$; grupa podstawowa (definicje)
- $\pi_1(X, a)$ to grupa: wzory na element neutralny oraz element odwrotny (sformułowanie)
- twierdzenie o izomorficzności $\pi_1(X, a)$ oraz $\pi_1(X, b)$ (sformułowanie); $\pi_1(X)$ (definicja)
- przestrzeń: ściągalna; jednospójna; prawidłowa (definicje)

- homotopie dla funkcji o ściągalnej dziedzinie lub przestrzeni docelowej (sformułowanie)
 - nakrycie; nakrycie uniwersalne; podniesienie funkcji (definicje)
 - twierdzenie o jedyności podniesienia (sformułowanie)
 - podnoszenie drogi i homotopii (sformułowania)
 - podnoszenie funkcji (sformułowanie)
 - przestrzenie posiadające nakrycie uniwersalne (sformułowanie)
 - grupa Poincaré dla nakrycia uniwersalnego (definicja)
 - grupa Poincaré to grupa (sformułowanie)
 - grupa podstawowa a grupa Poincaré (sformułowanie)
 - grupa podstawowa okręgu (sformułowanie)
 - grupa podstawowa sfer (wraz z ogólniejszym lematem) (sformułowania)
 - różność n -wymiarowa [w tym z brzegiem]; brzeg różności; różność zamknięta (definicje)
 - brzeg różności z niepustym brzegiem (sformułowanie)
 - klasyfikacja różności 1-wymiarowych (sformułowanie)
 - wstęga Möbiusa; butelka Kleina (definicje „obrazkowe”) (definicje)
 - przestrzeń rzutowa (definicja)
 - hipoteza Poincaré (sformułowanie)
 - topologia ilorazowa (definicja)
 - warunek na ciągłość funkcji o dziedzinie ilorazowej (sformułowanie)
 - warunek na T_2 dla przestrzeni ilorazowej przestrzeni zwartej (sformułowanie)
-

LISTA PYTAŃ DO II CZĘŚCI EGZAMINU

Podając dowód wylosowanego zagadnienia, należy także sformułować wszystkie lematy/twierdzenia/obserwacje/itp. (prowadzące do owego zagadnienia), oraz udowodnić te z nich, których nie ma na liście zagadnień (ani na ocenę 4, ani na 5), a o które poprosi egzaminator.

Zagadnienia na ocenę dobrą (4):

- A1 Charakteryzacja T_2 w języku topologii produktowej (sformułowanie i DOWÓD)
- A2 Topologia produktowa w przestrzeniach metrycznych (sformułowanie i DOWÓD)
- A3 Aksjomaty oddzielania w przestrzeniach lokalnie zwartych (sformułowanie i DOWÓD)
- A4 Podzbiory lokalnie zwarte w przestrzeniach Hausdorffa (sformułowanie i DOWÓD)
- A5 Podzbiory lokalnie zwarte lokalnie zwartych przestrzeni T_2 (sformułowanie i DOWÓD)
- A6 Twierdzenie Baire'a dla przestrzeni lokalnie zwartych (sformułowanie i DOWÓD)
- A7 Charakteryzacja lokalnej spójności (sformułowanie i DOWÓD)
- A8 Charakteryzacja lokalnie drogowej spójności (sformułowanie i DOWÓD)
- A9 Domknięcie rodziny lokalnie skończonej (sformułowanie i DOWÓD)
- A10 Twierdzenie Urysohna-Tichonowa o metryzowalności (sformułowanie i DOWÓD)
- A11 Twierdzenie o izomorficzności $\pi_1(X, a)$ oraz $\pi_1(X, b)$ (sformułowanie i DOWÓD)
- A12 Homotopie dla funkcji o ściąganej dziedzinie lub przestrzeni docelowej (sformułowanie i DOWÓD)
- A13 Twierdzenie o jedyności podniesienia (sformułowanie i DOWÓD)
- A14 Grupa Poincaré to grupa (sformułowanie i DOWÓD)
- A15 Grupa podstawowa okręgu (sformułowanie i DOWÓD)
- A16 Brzeg rozmaitości z niepustym brzegiem (sformułowanie i DOWÓD)

Zagadnienia na ocenę bardzo dobrą (5):

- B1 Spójność w topologiach produktowych (sformułowanie i DOWÓD)
- B2 Twierdzenie Tichonowa (sformułowanie i DOWÓD)
- B3 Twierdzenie Aleksandrowa o jednopunktowym uzwarceniu (sformułowanie i DOWÓD)
- B4 Twierdzenie o rzucie stereograficznym (sformułowanie i DOWÓD)
- B5 Lokalna zwartość iloczynu kartezjańskiego (sformułowanie i DOWÓD)
- B6 Ciągły obraz zwartej przestrzeni lokalnie [drogowo] spójnej (sformułowanie i DOWÓD)
- B7 Lokalna [drogowa] spójność iloczynu kartezjańskiego (sformułowanie i DOWÓD)
- B8 Przecięcie scentrowanej rodziny kontinuu (sformułowanie i DOWÓD)
- B9 Aksjomaty oddzielania w przestrzeniach parazwartych (sformułowanie i DOWÓD)
- B10 Twierdzenie o rozkładzie jedności (sformułowanie i DOWÓD)
- B11 Własność Lindelöfa vs. parazwartość (sformułowanie i DOWÓD)
- B12 Sympleks a kula (sformułowanie i DOWÓD)
- B13 Lemat o średnicach podziału barycentrycznego (sformułowanie i DOWÓD)
- B14 Twierdzenie Brouwera o punkcie stałym (sformułowanie i DOWÓD)
- B15 Podnoszenie funkcji (sformułowanie i DOWÓD)
- B16 Grupa podstawowa a grupa Poincaré (sformułowanie i DOWÓD)
- B17 Grupa podstawowa sfer (wraz z ogólniejszym lematem) (sformułowanie i DOWÓD)
- B18 Warunek na T_2 dla przestrzeni ilorazowej przestrzeni zwartej (sformułowanie i DOWÓD)