

Egzamin z przedmiotu *Warsztat analityczny*
semestr zimowy 2024/25

ZESTAW A5

Wszystkie odpowiedzi należy uzasadnić.

1. Pytania z wykładu

- (a) (4pkt) Wymienić wszystkie symbole nieoznaczone.
 - (b) (6pkt) Sformułować podstawowe twierdzenie rachunku całkowego.
- 2. (40pkt)** Przeprowadzić przebieg zmienności funkcji $f(x) = \frac{x^3+9}{x^2-1}$ z pominięciem drugiej pochodnej.
- 3. (10pkt)** Znaleźć wszystkie ekstrema lokalne (i wyznaczyć wartości funkcji w tych punktach) funkcji $f(x, y) = 4xy - 5x^2 - y^2 - 4x + 2y - 2$.
- 4. (10pkt)** Wyznaczyć wartość parametru a , dla której funkcja $f(x) = \frac{120 \sin x - 120x + 20x^3 - x^5}{x^7}$ staje się ciągłą w zerze, gdy określimy $f(0) = a$.
- 5. (10pkt)** Obliczyć całkę $\iint_D x e^{y^2} dx dy$, gdzie $D: y = x^2, y = 1, x \geq 0$.
- 6.** Zbadać zbieżność (warunkową i bezwzględną) szeregów bez używania wzoru Stirlinga.
- (a) (5pkt) $\sum_{n=1}^{\infty} \binom{2n+1}{n} 5^{-n}$
 - (b) (5pkt) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (\sqrt{2n+1} - \sqrt{2n-1})$
- 7. (10pkt)** Stosując wzór Taylora, wskazać liczbę wymierną, która przybliży liczbę $\sqrt[3]{e^2}$ z dokładnością do 0,01.
-

Przebieg zmienności funkcji

- * punkty opcjonalne (zależne od poziomu komplikacji)
- ** punkty nadobowiązkowe (niewymagane)

- 1. Dziedzina funkcji i punkty jej nieciągłości.
- 1a**. Parzystość (i nieparzystość) funkcji, miejsca zerowe i punkty wspólne z osią Y.
- 2. Wartości funkcji w tych krańcach dziedziny, które do niej należą, oraz w punktach nieciągłości.
- 3. Granice funkcji w tych krańcach dziedziny, które do niej nie należą, oraz w punktach nieciągłości.
- 4. Asymptoty.
- 5. Pochodna i jej dziedzina.
- 5a**. Granice pochodnej w punktach dziedziny wyjściowej funkcji, które nie należą do dziedziny pochodnej, oraz w punktach nieciągłości pochodnej.
- 6. Miejsca zerowe i znak pochodnej.
- 7. Tabelka monotoniczności (i sklejanie w niej) z wartościami funkcji w ekstremach.
- 8*. Druga pochodna i jej dziedzina.
- 8a*. Miejsca zerowe i znak drugiej pochodnej.
- 8b*. Tabelka wypukłości.
- 9. Tabelka końcowa.
- 10. Wykres funkcji