25 marca i 1 kwietnia 2019 r.

Antoni Machowski

Stożki styczne i powierzchnie gładkie

Dla X podzbioru $\mathbb{R}^n$ oraz $p \in X$ określamy stożek styczny T_pX jako granicę promieni wychodzących z p i przechodzących przez punkty p_i zmierzające do p. Tak określony stożek okazuje się być limes superior homotetii w punkcie p. Pozwala nam to określić pojęcie krotności T_pX jako limes inferior przy λ zmierzającym do nieskończoności ilorazu miary Hausdorffa wycinka λ-homotetii przez miarę odpowiadającego wycinka T_pX. Okazuje się, że zbiory o płaskich i zmieniających się w sposób ciągły stożkach stycznych oraz mające krotność stale mniejszą od $3/2$ są hiperpowierzchniami klasy C^1. Z tego wyniku otrzymujemy gładkość wielu powierzchni. Przykładowo, dowolna powierzchnia topologiczna, po której "toczy się kula", jest automatycznie klasy C^1 (a nawet wyższej). W przypadku analitycznym możemy warunek płaskości T_pX zastąpić przez warunek, iż T_pX jest hiperpłaszczyzną. Ponadto, jeśli X jest algebraiczna, ściśle wypukła i nieograniczona, to jej domknięcie rzutowe również jest hiperpłaszczyzną C^1 i w efekcie X jest wykresem funkcji określonej na hiperpłaszczyźnie.

Referat jest przygotowany w oparciu o pracę "Tangent Cones and Regularity od Real Hypersurfaces" M. Ghomiego oraz R. Howarda.