

13 stycznia 2025 r.

Maciej Denkowski

Twierdzenie o uniwersalności dla trójkątów hoelderowskich lipschitzowsko normalnie zanurzonych

Opis: Ogólnym przedmiotem referatu jest problem bilipschitzowskiej klasyfikacji kielków domkniętych zbiorów subanalitycznych (czy definiowalnych w strukturze o-minimalnej wielomianowo ograniczonej) $(X,0)$ w $\mathbb{R}^n$. Każdy taki kieltek ma naturalne dwie metryki - *zewnętrzną* czyli dziedziczną euklidesową oraz tzw. *wewnętrzną*, otrzymaną z długości krzywych łączących dwa punkty w X . Jeśli są one równoważne, mówimy, że zbiór jest *lipschitzowsko normalnie zanurzony* (LNE). Dzięki twierdzeniom o skończoności (Mostowski, Parusiński, Valette), ma sens problem klasyfikacyjny, przy czym w istocie chodzi o trzy odrębne pytania o klasyfikację zależnie od wybranej metryki. Od najśłabszej, mamy: klasyfikację wzgl. metryki wewnętrznej, zewnętrznej i otoczeniową. Problem jest wysoce nietrywialny już w przypadku powierzchni (tj. $\dim X=2$), "wewnętrzny" został rozstrzygnięty przez Birbraira poprzez tzw. kompleksy Hoeldera w 1999 r. Zewnętrzno-otoczeniowy dla $n>4$ poddał się dzięki niedawnemu wynikowi Birbraira, Fernandes i Jelonka z 2021 r. będącego lipschitzowską wersją twierdzenia Whitneya o zanurzaniu. Subtelność pozostałych przypadków $n=3,4$ obrazowali Birbrair i Gabrielov w 2019, wskazując przy tym na istotę założenia LNE. Niedawno rozwiązany został problem w $n=3$ przez Birbraira z Lopesem Medeiros (2024), metody jednak przenieść do $\mathbb{R}^4$ się nie daje ze względu na istnienie węzłów (link X może być zawężony; istotną rolę teorii węzłów w tym kontekście obrazowali Birbrair, Brandenbursky i Gabrielov w 2023 r.). W referacie przedstawimy istotny krok w stronę pełnego rozwiązania w przypadku $n=4$ i podstawowych cegiełek, jakimi są trójkąty Hoelderowskie. Jest to wynik z 2024 uzyskany wspólnie z L. Birbrairem, D. Lopesem Medeiros oraz J. E. Sampaio, unaocniający nowo odkryte zjawisko tzw. mikrowęzłów (supęłków).