Zadanie 1. *Niech $T : X \to X$ będzie liniowym i ograniczonym odwzorowaniem na przestrzeni Banacha X. Wykać, że jeśli $\sup\limits_{n\in\mathbb{N}} \|T^n x\| < \infty$ dla dowolnego $x \in X$, to ciąg $\{\|T^n\|\}_{n=1}^{\infty}$ jest ograniczony.*

Zadanie 2. *Niech X będzie przestrzenią Banacha, a $\{A_t\}_{t\in\mathbb{R}}$ rodziną odwzorowań liniowych i ciągłych $X \to X$ taką, że funkcja $\mathbb{R} \ni t \mapsto \|A_t(x)\| \in \mathbb{R}$ jest ciągła dla każdego $x \in X$. Uzasadnić, że $\sup\{\|A_t\| : t \in K\}$ jest skończone dla każdego zwartego zbioru $K \subset \mathbb{R}$.*

Zadanie 3. *Niech X będzie przestrzenią Banacha i niech $A : X \to X$ będzie odwzorowaniem liniowym takim, że dla każdego $\phi \in X'$ funkcjonał liniowy $\phi \circ A$ jest ciągły. Uzasadnić, że A jest odwzorowaniem ciągłym.*

Zadanie 4. *Rozważmy ciąg $\{x_n\}_{n=0}^{\infty}$ wektorów w zespolonej przestrzeni Banacha X. Załóżmy, że dla każdego $z \in \mathbb{C}$ takiego, że $|z| < 1$, szereg $\sum_{n=0}^{\infty} x_n z^n$ jest zbieżny w słabej topologii. Pokazać, że szereg $\sum_{n=0}^{\infty} x_n z^n$ jest zbieżny w normie dla każdego $z \in \mathbb{C}$ takiego, że $|z| < 1$.*

Zadanie 5. *Wskazać przestrzeń unormowaną X oraz rodzinę odwzorowań liniowych $A_\omega : X \to X$ takich, że $\sup\limits_{\omega\in\Omega} \|A_\omega x\| < \infty$ dla każdego $x \in X$ oraz $\sup\limits_{\omega\in\Omega} \|A_\omega\| = \infty$.*