Zadanie 1. *Rozwiąż Zadanie 6 z poprzedniego zestawu w oparciu o twierdzenie Riesza.*

Zadanie 2. *Wykaż, że każde dwie bazy ortonormalne przestrzeni Hilberta $\mathcal{H}$ są równoliczne. Wykaż, że gdy przestrzenie Hilberta $\mathcal{H}$ oraz $\mathcal{K}$ mają równoliczne bazy, to są równoważne.*

Zadanie 3. *Czy w przestrzeni Hilberta każdy zbiór ograniczony i domknięty musi być zwarty?*

Zadanie 4. *Czy dla każdego domkniętego wypukłego ograniczonego podzbioru $G \subset l^1$ oraz dla każdego elemntu $x \in l^1$ istnieje dokładnie jedno $g \in G$ minimalizujące wartość wyrażenia $\inf_{g \in G} \|x - g\|$. Jak wygląda odpowiedź na to pytanie dla przestrzeni l^3?*

Zadanie 5. *Ile wynosi rzut funkcji:*

- $z^2 \in L^2(\mathbb{T})$ *na podprzestrzeń* $colin\{1, z\}$,
- $x^2 \in L^2(-\pi, \pi)$ *na podprzestrzeń* $colin\{1\}$.

Zadanie 6. *Niech X będzie przestrzenią Banacha, a $(x_n; \psi_n)$, $(x; \psi) \in X \times X'$. Które z poniższych warunków pociągają zbieżność $\psi_n(x_n) \to \psi(x)$?*

- $x_n \to x$ *względem normy i* $\psi_n \to \psi$ *względem normy.*
- $x_n \to x$ *względem normy i* $\psi_n \to \psi$ **-słabo.*
- $x_n \to x$ *słabo i* $\psi_n \to \psi$ *względem normy.*
- $x_n \to x$ *słabo i* $\psi_n \to \psi$ **-słabo.*

*Uwaga: ciąg $x_n \to x$ słabo, jeżeli $\phi(x_n) \to \phi(x)$ dla dowolnego $\phi \in X'$; $\phi_n \to \phi$ *-słabo, jeżeli $\phi_n(y) \to \phi(y)$ dla dowolnego $y \in X$.*