

Matematyka dla chemików, 2014/15
Zestaw nr 6

Zadanie 1. Znaleźć przedziały monotoniczności oraz ekstrema lokalne następujących funkcji (pamiętaj o podaniu dziedziny):

- (1) $a(x) = \sqrt{x^3 + 8}$,
- (2) $b(x) = x + \frac{4}{x-5}$,
- (3) $c(x) = \frac{x^4}{2-x^3}$,
- (4) $d(x) = \sqrt[3]{x^2} - 1$,
- (5) $e(x) = 2 \operatorname{tg}(x) + \operatorname{tg}^2(x)$,
- (6) $f(x) = \frac{x}{\sqrt[3]{x^2-1}}$,
- (7) $g(x) = x\sqrt{\frac{2-x}{2+x}}$.

Zadanie 2. Znaleźć wartość największą oraz najmniejszą na przedziale:

- (1) $[-2, 5]$ dla funkcji $a(x) = \sqrt{x^3 + 8}$,
- (2) $[-4, 4]$ dla funkcji $b(x) = x + \frac{4}{x-5}$,
- (3) $[3, 10]$ dla funkcji $c(x) = \frac{x^4}{2-x^3}$,
- (4) $[-3, 3]$ dla funkcji $d(x) = \sqrt[3]{x^2} - 1$,
- (5) $[0, \frac{\pi}{4}]$ dla funkcji $e(x) = 2 \operatorname{tg}(x) + \operatorname{tg}^2(x)$,
- (6) $[\frac{1}{2}, 10]$ dla funkcji $f(x) = \frac{x}{\sqrt[3]{x^2-1}}$.

Zadanie 3. Znaleźć wartość największą oraz najmniejszą (maksyma globalne) funkcji $g(x) = x\sqrt{\frac{2-x}{2+x}}$.

Zadanie 4. Obliczyć granicę

- (1) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\sin 2x} \right)$,
- (2) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$,
- (3) $\lim_{x \rightarrow 0} x^{\frac{1}{1-x}}$.