Zadania 1. *Dany jest trójkąt ostrokątny ABC. Okrąg o średnicy BC przecina boki AB i AC w punktach odpowiednio D i E. Udowodnij, że jeżeli $AD = AE$, to trójkąt ABC jest równoramienny.*

Zadania 2. *W trójkącie ABC dwusieczne kątów A i B przecinają okrąg opisany na tym trójkącie odpowiednio w punktach K i L. Odcinki AK i BL przecinają się w takim punkcie X, że*

$$\frac{AX}{XK} = \frac{BX}{XL}.$$

Udowodnij, że trójkąt ABC jest równoramienny.

Zadania 3. *Dana jest tablica rozmiaru $2n \times 2n$, w której $3n$ pól pomalowano na czarno. Wykaż, że mozna tak wybrać n kolumn oraz n wierszy, by każde czarne pole znalazło się w pewnym wybranym wierszu lub w pewnej wybranej kolumnie.*

Zadania 4. *Udowodnij, że ciąg:*

$$\begin{cases} y_1 &= 1, y_2 = 2, \\ y_{n+2} &= \frac{y_{n+1} - y_n + y_n y_{n+1}}{y_n} \end{cases}, \text{ dla } n = 0, 1, 2, ...$$

jest ograniczony.

Zadania 5. *Na płaszczyźnie dany jest wielokąt W o polu większym od n. Udowodnij, że można tak przesunąć równolegle wielokąt W, że w jego wnętrzu znajdzie się co najmniej $n + 1$ punktów kratowych.*

Powodzenia!

Zadania 1. *Dany jest trójkąt ostrokątny ABC. Okrąg o średnicy BC przecina boki AB i AC w punktach odpowiednio D i E. Udowodnij, że jeżeli $AD = AE$, to trójkąt ABC jest równoramienny.*

Zadania 2. *W trójkącie ABC dwusieczne kątów A i B przecinają okrąg opisany na tym trójkącie odpowiednio w punktach K i L. Odcinki AK i BL przecinają się w takim punkcie X, że*

$$\frac{AX}{XK} = \frac{BX}{XL}.$$

Udowodnij, że trójkąt ABC jest równoramienny.

Zadania 3. *Dana jest tablica rozmiaru $2n \times 2n$, w której $3n$ pól pomalowano na czarno. Wykaż, że mozna tak wybrać n kolumn oraz n wierszy, by każde czarne pole znalazło się w pewnym wybranym wierszu lub w pewnej wybranej kolumnie.*

Zadania 4. *Udowodnij, że ciąg:*

$$\begin{cases} y_1 &= 1, y_2 = 2, \\ y_{n+2} &= \frac{y_{n+1} - y_n + y_n y_{n+1}}{y_n} \end{cases}, \text{ dla } n = 0, 1, 2, ...$$

jest ograniczony.

Zadania 5. *Na płaszczyźnie dany jest wielokąt W o polu większym od n. Udowodnij, że można tak przesunąć równolegle wielokąt W, że w jego wnętrzu znajdzie się co najmniej $n + 1$ punktów kratowych.*

Powodzenia!