

Zadanie 1. Niech $P(x) = (1 + x^{43} + x^{44} + x^{45})^{44} = a_0 + a_1x + \dots + a_{1980}x^{1980}$

Oblicz: $\sum_{3|n} a_n$.

Zadanie 2. Niech P będzie wielomianem o współczynnikach całkowitych takim, że równania $P(x) = 1$ oraz $P(x) = 3$ mają co najwyżej po jednym rozwiązaniu. Czy równanie $P(x) = 2$ może mieć dwa rozwiązania?

Zadanie 3. Niech P będzie wielomianem o współczynnikach całkowitych takim, że równania $P(x) = 1$ oraz $P(x) = 3$ mają co najwyżej po jednym rozwiązaniu całkowitym. Czy równanie $P(x) = 2$ może mieć dwa rozwiązania całkowite?

Zadanie 4. Liczby rzeczywiste $x_1, x_2, \dots, x_{2012}$ mają następującą własność, dla dowolnego wielomianu W stopnia co najwyżej dwa, co najmniej trzy spośród liczb $W(x_1), W(x_2), \dots, W(x_{2012})$ są równe. Czy co najmniej trzy spośród liczb $x_1, x_2, \dots, x_{2012}$ muszą być równe?

Zadanie 5. Znajdź wszystkie wielomiany P takie, że

$$xP(x-1) = (x-2)P(x), \text{ dla } x \in \mathbb{R}.$$