Twierdzenie 1 (Ptolemeusz)**.** *W dowolnym czworokącie wypukłym* $ABCD$ *zachodzi nierówność:*

$$BA \cdot CD + BC \cdot AD \geqslant AC \cdot BD.$$

Ponadto równość zachodzi wtedy i tylko wtedy, gdy na czworokącie $ABCD$ *można opisać okrąg.*

Zadania 1. *Sześcienny kloc pocięto na 99 sześciennych klocków, z których tylko jeden ma objętość różną od 1. Jaką objętość ma ten klocek?*

Zadania 2. *Na zewnątrz trójkąta* ABC *budujemy na jego bokach* AB *i* AC *kwadraty* $ABPE$ *i* $ACRD$*. Środkami odcinków* BC *i* ED *są odpowiednio punkty* M *i* N*. Wykaż, że prosta* AM *jest prostopadła do prostej* ED*, zaś* AN *do* BC*.*

Zadania 3. *Dany jest siedmiokąt foremny* $ABCDEFG$ *o boku długości* 1*. Udowodnij, że*

$$\frac{1}{AC} + \frac{1}{AD} = 1.$$

Zadania 4. *Na półokręgu o środku* O *i średnicy* AB *obrano takie punkty* E *i* C*, że* $OE \perp AB$ *i cięciwa* AC *przecina odcinek* OE *w punkcie* D*. Ponadto wiadomo, że w czworokąt* $OBCD$ *można wpisać okrąg. Wyznacz miarę kąta* CAB*.*

Zadania 5. *Do boku* CA *trójkąta* ABC *należy taki punkt* D*, że* $AB = CD$ *oraz spełniony jest warunek* $\angle ACB = \angle ABD$*. Dwusieczna kąta* CAB *przecina bok* BC *w punkcie* E*. Udowodnij, że* $AB \| DE$*.*

Zadania 6. *Wewnątrz czworokąta* $ABCD$ *wpisanego w okrąg dany jest taki punkt* P*, że*

$$\angle BPC = \angle BAP = \angle PDC.$$

Oznaczmy przez E, F, G *rzuty prostokątne punktu* P *odpowiednio na proste* AB*,* AD*,* DC*. Udowodnij, że trójkąt* FEG *jest podobny do trójkąta* PBC*.*