Zadanie 1. *Wykaż, że można tak pokolorować pola tablicy* 9×9 *trzema kolorami, aby żaden prostokąt nie miał narożnych pól tego samego koloru. Wykaż, że tablicy o wymiarach* $n \times n$*, gdzie* $n \geqslant 11$ *nie można w taki sposób pokolorować.*

Zadanie 2. *Liczby* $1, 2, 3, ..., 2013$ *pokolorowano na biało lub na czarno w taki sposób, że wśród liczb*

$$x_j = \overline{\overline{\{i : j > i \ \text{ liczba j jest biała}\}}} + \overline{\overline{\{i : j < i \ \text{ liczba j jest czarna}\}}}$$

dokładnie jedna występuje parzystą ilość razy. Jakie mogą być to liczby?

Zadanie 3. *Janek i Jaś graja w pewna gre uzywając prostokątnej tabliczki czekolady. Czekolada składa się z jednakowych kwadratowych kostek ułożonych w* 60 *rzedów i* 40 *kolumn. Gracze wykonują ruchy na przemian zaczynając od Janka. Ruch polega na podzieleniu jednego z kawałków czekolady wzdłuż linii podziału kostek na dwie czesci. Janek może wykonywać jedynie cięcia wzdłuż linii pionowych, a Jaś jedynie wzdłuż linii poziomych. Wygrywa ten, kto uniemożliwi przeciwnikowi wykonanie ruchu. Czy któryś z graczy ma strategie wygrywającą?*

Zadanie 4. *Dana jest liczba całkowita dodatnia* n *oraz zbiór* M*, złożony z* n^2+1 *liczb całkowitych dodatnich i mający następującą własność: wśród* $n+1$ *liczb dowolnie wybranych ze zbioru* M *znajduje się para liczb, z których jedna dzieli się przez drugą. Udowodnij, że w zbiorze* M *istnieją różne liczby* $a_1, a_2, ..., a_{n+1}$ *spełniające warunek: dla* $i = 1, 2, ..., n$ *liczba* a_i *dzieli się przez* a_{i+1}.

Zadanie 5. *Na polach szachownicy* $n \times n$ *rozmieszczono* n^2 *liczb całkowitych, po jednej na każdym polu. W każdej kolumnie pole z największą liczbą pomalowano na czerwono.*

Zbiór n *pól szachownicy nazywamy* dopuszczalnym, *jeżali żadne dwa z tych pól nie znajdują się w jednej kolumnie lub w jednym wierszu. Spośród wszystkich zbiorów dopuszczalnych wybrano zbiór, dla którego suma liczb umieszczonych na jego polach jest największa.*

Wykaż, że w tak wybranym zbiorze jest liczba czerwona.