

**Zadania 1.** Pałac w Łańcucie mieści 2006 pokoi. W każdym z pokoi znajdują się trzy żarówki, jednak w całym pałacu jest jedynie 3009 włączników (Każdy związany z dokładnie dwoma żarówkami). Udowodnij, że niezależnie od zastanego stanu można ustawić oświetlenie w taki sposób, aby w każdym pokoju świeciły się dwie lub jedna żarówka.

**Zadania 2.** Dany jest zbiór złożony z 2012 punktów kratowych leżących w kwadracie  $[0; 2011] \times [0; 2011]$  takich, że żadne dwa punkty nie leżą na jednej prostej pionowej, poziomej ani na żadnej prostej o współczynniku kierunkowym równym  $\pm 1$ . Udowodnij, że istnieją dwa punkty, takie że obwód prostokąta rozpiętego przez nie wynosi 4024.

**Zadania 3.** Dla danej liczby całkowitej dodatniej  $n$  rozstrzygnij, czy podzbiorów  $n$ -elementowych zbioru  $\{1, 2, 3, \dots, 2n-1, 2n\}$  mających sumę elementów parzystą jest tyle samo, co podzbiorów  $n$ -elementowych mających nieparzystą sumę elementów. Jeśli nie, to rozstrzygnij, których jest więcej i o ile.

**Zadania 4.** Rozstrzygnij, czy w sześciennym pudełku o krawędzi 4 można umieścić 65 kul o średnicy 1.