

Zadania 1. Dla danej liczby naturalnej n niech $P(n)$ oznacza iloczyn wszystkich jej cyfr. Określamy ciąg (x_k) przez warunki $x_1 \in \mathbb{N}$, $x_{k+1} = x_k + P(x_k)$, dla $k \geq 1$. Rozstrzygnij, czy może się zdarzyć, żeby przy pewnym x_1 ciąg (x_k) był nieograniczony (tzn. żeby dla każdego M istniała liczba $x_j > M$).

Zadania 2. Niech A będzie zbiorem liczb rzeczywistych, zaś a liczbą rzeczywistą. $A + a$ oznacza zbiór $\{y \in \mathbb{R} : y = x + a, x \in A\}$. Wykaż, że jeżeli $A, B \subset I = [0, 1] = \{x \in \mathbb{R} : 0 \leq x \leq 1\}$ oraz $A \cup B = I$, $A \cap B = \emptyset$, to nie istnieje liczba $a \in \mathbb{R}$ taka, że $B = A + a$.

Zadania 3. Niech $ABCD$ będzie kwadratem o boku 1. Niech P i Q będą takimi punktami na płaszczyźnie, że punkt Q jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie BPC , zaś D jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie PQA . Wyznacz wszystkie możliwe długości odcinka PQ .

Zadania 4. Dana jest liczba pierwsza p oraz liczba całkowita n , przy czym $p \geq n \geq 3$. Zbiór A składa się z n -wyrazowych ciągów o wyrazach ze zbioru $\{0, 1, 2, \dots, p-1\}$ i ma następującą własność: Dla dowolnych dwóch ciągów (x_1, x_2, \dots, x_n) oraz (y_1, y_2, \dots, y_n) ze zbioru A istnieją takie różne liczby k, l, m , że $x_k \neq y_k$, $x_l \neq y_l$, $x_m \neq y_m$. Wyznacz największą możliwą liczbę elementów zbioru A .