Zadanie 1. *Wykaż, że* $\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + ... + \frac{1}{2n} \geqslant \frac{13}{24}$*, dla dowolnego* $n \in \mathbb{N}$*.*

Zadanie 2. *Wykaż, że obszary wyznaczone na płaszczyźnie przez n prostych można pomalować dwoma kolorami tak, aby żadne dwa obszary tego samego koloru nie miały wspólnego boku.*

Zadanie 3. *Niech* f_n *będzie ciągiem Fibonacciego, tzn.*

$$\begin{cases} f_1 &= f_2 = 1 \\ f_{k+2} &= f_{k+1} + f_k \text{ , dla } k = 0, 1, 2, ... \end{cases}$$

Wykaż, że

- $f_1 + f_3 + ... + f_{2n+1} = f_{2n+2}$
- $f_{2n+1} = f_n^2 + f_{n+1}^2$

Zadanie 4. *Niech*

$$\begin{cases} x_1 &= x_2 = 1 \\ x_{k+2} &= 14x_{k+1} - x_k - 4 \text{ , dla } k = 0, 1, 2, ... \end{cases}$$

Wykaż, że dla dowolnego $n \in \mathbb{N}$ *wyraz* x_n *jest kwadratem pewnej liczby całkowitej.*

Zadanie 5. *Zaliczyć ćwiczenia może tylko jeden student. Studenci jednak postanowili tym razem nie pisać sprawdzianu, tylko zdać się na los. Michał zaproponował, aby wszyscy stanęli w kręgu, z którego będzie odchodzić co trzecia osoba. Gdy przyjdzie prowadzący zostanie już tylko jedna. Początkowo wszytskiem spodobał się pomysł, jednak okazało się, że to właśnie Michał wygrał. Na którym miejscu stanął Michał?*

Zadanie 6. *Wykaż, że w dowolnym (niepustym, skończonym) zbiorze liczba podzbiorów o parzystej liczbie elementów jest równa liczbie podzbiorów o nieparzystej liczbie elementów.*

Zadanie 7. *Na jaką maksymalną liczbę części dzieli sferę n okręgów należących do tej sfery?*