Zadania 1. *Niech n będzie liczbą całkowitą dodatnią i niech $M = \{1, 2, ..., n\}$. Wyznacz liczbę uporządkowanych szóstek zbiorów $(A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6)$ spełniających następujące dwa warunki:*

- *zbiory $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$ są (niekoniecznie różnymi) pozdbiorami zbioru M;*
- *każdy element zbioru M albo nie należy do żadnego, albo należy do dokładnie trzech, albo do wszystkich sześciu zbiorów $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$.*

Zadania 2. *Ciąg liczb całkowitych $\{a_n\}_n$ spełnia następującą zależność rekurencyjną:*

$$a_{n+1} = a_n^3 + 2013$$

dla $n = 1, 2, 3, ...$ Udowodnij,że istnieje co najwyżej jedna wartość n, dla której a_n jest kwadratem liczby całkowitej.

Wsk. zbadaj reszty modulo 7.

Zadania 3. *Rozwiąż następujący układ równań*

$$\begin{cases} x_n^2 & +x_n x_{n-1} + x_{n-1}^4 = 1, \quad n = 1, 2, 3, ..., 2013 \\ x_0 & = x_{2013} \end{cases}$$

w liczbach rzeczywistych nieujemnych.

Zadania 4. *Dana jest prosta g i punkty P, Q, S leżące po tej samej stronie tej prostej. Punkty M i N leżą na prostej g, przy czym $PM \perp g$ i $QN \perp g$. Punkt S leży między prostymi PM i QN. Ponadto $PM = PS$ oraz $QN = QS$. Symetralne odcinków SM i SN przecinają się w punkcie R. Prosta RS przecina okrąg opisany na trójkącie PQR w punkcie T różnym od R. Udowodnij, że punkt S jest środkiem odcinka RT.*

Zadania 5. *Punkt S leży wewnątrz kąta wypukłego PRQ, przy czym spełnione są równości: $\angle SRQ = \angle SPR$ oraz $\angle SRP = \angle SQR$. Punkt O jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie PQR. Dowiedz, że $\angle RSO = 90°$*

Zadania 6. *Udowodnij, że wszytskie osie symetrii dowolnego zbioru ograniczongo płaszczyzny przecinają się w jednym punkcie.*

Zadania 7. *Wyznacz wszystkie zbiory skończone S na płaszczyźnie, spełniające następujący warunek: Dla każdych dwóch różnych punktów A i B zbioru S, symetralna odcinka AB jest osią symetrii zbioru S.*