Zadania 1. *Liczby nieujemne* $a_1, a_2, ..., a_7, b_1, b_2, ..., b_7$ *spełniają warunek*

$$a_i + b_i \leqslant 2 \qquad \text{dla } i = 1, 2, ..., 7.$$

Udowodnij, że dla pewnych dwóch różnych liczb $k, m \in \{1, 2, ..., 7\}$ *zachodzi nierówność*

$$|a_k - a_m| + |b_k - b_m| \leqslant 1.$$

Zadania 2. *Znajdź wszystkie pary liczb całkowitych* x, y *spełniające równanie*

$$x^2 + 3y^2 = 1998x.$$

Zadania 3. *Punkty* D *i* E *leżą na boku* AB *trójkąta* ABC *i spełniają warunek*

$$\left(\frac{AC}{CB}\right)^2 = \frac{AD}{DB}\frac{AE}{EB}.$$

Udowodnij, że $\angle ACD = \angle BCE$

Zadania 4. *Dany jest ciąg* $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ *liczb całkowitych dodatnich, w którym każda liczba całkowita dotatnia występuje dokładnie raz. Dowiedz, że istnieją takie liczby całkowite* l *i* m, $1 < l < m$, *że* $a_1 + a_m = 2a_l$.

Zadania 5. *Niech* a *będzie średnią arytmetyczną liczb* $x_1, x_2, ..., x_n$. *Udowodnij nierówność*

$$(x_1 - a)^2 + (x_2 - a)^2 + ... + (x_n - a)^2 \leqslant \frac{1}{2}\Big(|x_1 - a| + ... + |x_n - a|\Big).$$

Zadania 6. *Niech* n *będzie liczbą naturalną i niech* M *będzie zbiorem* n*-elementowym. Wyznacz największą liczbę naturalną* k *o następującej własności:*

Istnieje k*-elementowa rodzina* $\mathcal{K}$ *rójelementowych podzbiorów zbioru* M *taka, że każde dwa zbiory należące do* $\mathcal{K}$ *mają niepuste przecięcie.*