

Zadania 1. W czworokącie $ABCD$ wpisanym w okrąg dwusieczne kątów DAB oraz ABC przecinają się w punkcie E . Prosta przechodząca przez E i równoległa do prostej CD przecina boki AD i BC tego czworokąta odpowiednio w punktach L i M . Udowodnij, że $LA + MB = LM$.

Zadania 2. W trójkącie ABC punkty O , D i E są odpowiednio: środkiem okręgu opisanego, środkiem boku AB i środkiem ciężkości trójkąta ACD . Udowodnij, że proste CD i OE są prostopadłe wtedy i tylko wtedy, gdy $AB = AC$.

Zadania 3. Dany jest trójkąt ABC , którego wysokości h_a, h_b, h_c tworzą ciąg arytmetyczny oraz miary jego kątów A, B, C tworzą ciąg arytmetyczny. Udowodnij, że ABC jest trójkątem równobocznym.

Zadania 4. W trójkącie ABC punkt M jest środkiem boku BC , zaś P i R są dowolnymi punktami wewnętrznymi odpowiednio boków AB i AC . Odcinki AM i PR przecinają się w punkcie Q . Udowodnij, że jeżeli Q jest środkiem odcinka PR , to PR jest równoległe do boku BC .

Zadania 5. W trójkącie ABC środkami boków BC, CA, AB są odpowiednio punkty D, E i F . Udowodnij, że $\angle DAC = \angle ABE$ wtedy i tylko wtedy, gdy $\angle AFC = \angle ADB$.

Zadania 6. Długości boków trójkąta prostokątnego są liczbami naturalnymi. Udowodnij, że długość promienia okręgu wpisanego w ten trójkąt też jest liczbą naturalną.

Zadania 7. W ostrostupie czworokątnym środki krawędzi podstawy połączono odcinkami ze środkami ciężkości przeciwległych ścian. Udowodnij, że odcinki te przecinają się w jednym punkcie, a ich środki wyznaczają równoległobok.

Zadania 8. Czy istnieje wypukła figura różna od kuli, której wszystkie trzy kanoniczne rzuty (wzdłuż osi układu współrzędnych) są kołami?

Zadania 9. Czy można wypełnić prostokąt o wymiarach 8×9 klocekami o wymiarach 2×2 ?

Zadania 10. Czy można wypełnić kwadrat o wymiarach 9×9 przy pomocy klocków o wymiarach 1×5 oraz 1×6 ?

Zadania 11. Dany jest wielościan wypukły, którego wszystkie ściany są trójkątami. Wierzchołki tego wielościanu kolorujemy trzema kolorami. Udowodnij, że liczba ścian mających wierzchołki wszystkich trzech kolorów jest parzysta.