

Zadanie 1. Wyznaczyć dziedziny następujących funkcji oraz przedstawić je graficznie:

- i. $f(x, y) = \frac{1}{x-y}$
- ii. $f(x, y) = \sqrt{xy}$
- iii. $f(x, y) = \sqrt{x^2 - y^2}$
- iv. $f(x, y) = \sqrt[4]{1 - x^2 - y^2}$
- v. $f(x, y) = \ln(-x - y)$
- vi. $f(x, y) = \arccos(x - y)$
- vii. $f(x, y) = \arcsin\left(\frac{y}{x}\right)$

Zadanie 2. Obliczyć granice iterowane oraz granice funkcji (o ile istnieją):

- i. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y^2}{x^2 y^2 + (x+y)^2}$
- ii. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (1 + x^4 y^4)^{\frac{2}{x^2 + y^2}}$
- iii. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{x^2 + y^2} - 1}{x^2 + y^2}$
- iv. $\lim_{x \rightarrow +\infty, y \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + y^2}{x^4 + y^4}$
- v. $\lim_{(x,y) \rightarrow (1^+, 0^+)} \log_x(x + y)$

Zadanie 3. Zbadać ciągłość funkcji

- i. $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}, & \text{jeśli } (x, y) \neq 0 \\ 0 & \text{jeśli } (x, y) = 0 \end{cases}$
- ii. $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2}{x^2 + y^2}, & \text{jeśli } (x, y) \neq 0 \\ 0 & \text{jeśli } (x, y) = 0 \end{cases}$

Zadanie 4. Zbadać istnienie granicy funkcji

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(xy)}{x} & \text{dla } x \neq 0 \\ 0 & \text{dla } x = 0 \end{cases}$$

w punkcie $(0, 0)$.