

**Zadanie 1.** Oblicz następujące pochodne:

$$(1) \frac{dy}{dz} \left( z^2 t + \arctg(e^{xt}) + \frac{\sin(zt)}{z} \right),$$

$$(2) \frac{dx}{dt} \left( z^2 t + \arctg(e^{yt}) + \frac{\sin(zt)}{z} \right),$$

$$(3) \frac{dx}{dt} \left( yt^3 + at^2 + e^{-t} \right),$$

$$(4) \frac{dy}{dt} \left( t^3 + at^2 + t^{-t} \right),$$

$$(5) \frac{dx}{da} \left( yt^3 + at^2 + a^{-ta} \right).$$

**Zadanie 2.** Oblicz gradient następujących funkcji (pojawiają się tu również parametry):

$$(1) y(z, x) = z^2 t + \arctg(e^{xt}) + \frac{\sin(zt)}{z},$$

$$(2) x(z, t) = z^2 t + \arctg(e^{yt}) + \frac{\sin(zt)}{z},$$

$$(3) x(a, y) = yt^3 + at^2 + e^{-t},$$

$$(4) y(a, t) = t^3 + at^2 + \arcsin(a + t),$$

$$(5) x = yt^3 + \ln(at^2) + a^{-ta}.$$

**Zadanie 3.** Zbadaj różniczkowalność następujących funkcji w punkcie  $(0, 0)$ :

$$(1) f(x, y) = |x|y,$$

$$(2) g(x, y) = |x|xy,$$

$$(3) h(x, y) = \sqrt[3]{xy},$$

$$(4) i(x, y) = (x^2 + y^2) \sin\left(\frac{1}{x^2 + y^2}\right), i(0, 0) = 0,$$

$$(5) j(x, y) = x - y \frac{y}{\sqrt{x^4 + y^2}}, j(0, 0) = 0.$$

**Zadanie 4.** Oblicz ekstrema lokalne funkcji  $g$ , gdzie:

$$(1) g(x, y) = 3x^4 - \frac{2}{3}y^3 + 2x^2y - 2x^2 + y^2,$$

$$(2) g(x, y) = 3x^4 - \frac{2}{3}y^3 + 2x^2y - 2x^2 + y^2,$$

$$(3) g(x, y) = x^2 + xy + 2x + y^2,$$

$$(4) g(x, y) = xe^{-y} + \frac{1}{x} + e^y,$$

$$(5) g(x, y) = xy + \ln y + x^2,$$

$$(6) g(x, y) = \frac{8}{x} + \frac{x}{y} + y.$$

**Zadanie 5.** Oblicz wartości maksymalne i minimalne funkcji  $f$  na zbiorze zwartym  $K$ , gdzie:

$$(1) f(x, y) = 3x^4 - \frac{2}{3}y^3 + 2x^2y - 2x^2 + y^2, K = [-1, 2] \times [-1, 2],$$

$$(2) f(x, y) = 3x^4 - \frac{2}{3}y^3 + 2x^2y - 2x^2 + y^2, K = [-1, 0] \times [-1, 0],$$

$$(3) f(x, y) = x^2 + xy + 2x + y^2, K = [-1, 0] \times [0, 1].$$