Zadanie 1. W jakich punktach można rozwikłać

(1) x jako funkcję y, jeśli $x^2 + 2xy - y^2 - a^2 = 0$ $(a \neq 0)$,
(2) y jako funkcję x, jeśli $\ln(\sqrt{x^2 + y^2}) - \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{y}{x}\right) = 0$,
(3) y jako funkcję x, jeśli $y^x - y + 1 = 0$,
(4) z jako funkcję x i y, jeśli $xy + yz + zx = 0$.

Zadanie 2. Obliczyć $y'(x)$ (w punktach, w których y można rozwikłać jako funkcję x):

(1) $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ $(a > 0)$,
(2) $\sin^2 x - x\cos y + 1 = 0$,
(3) $x^2 \ln y - y^2 \ln x + 1 = 0$,
(4) $2y\sin x - 2x \operatorname{arc\,tg} y + 3 = 0$,
(5) $y = 1 + y^x$,
(6) $xe^{2y} - ye^{2x}$.

Zadanie 3. Obliczyć pochodne y' oraz y'' podanych funkcji (w punktach, w których y można rozwikłać jako funkcję x):

(1) $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$,
(2) $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 1 = 0$,
(3) $xe^y - y + 1 = 0$,
(4) $1 + xy - \ln(e^{xy} + e^{-xy}) = 0$,
(5) $\ln\sqrt{x^2 + y^2} = \alpha \operatorname{arc\,tg} \frac{y}{x}$ $(\alpha \neq 0)$.

Zadanie 4. Obliczyć pochodne $x'(t)$ oraz $x''(t)$ w podanym punkcie:

(1) $\operatorname{tg}(x + t) - xt - 1 = 0$, $(0, \pi/4)$,
(2) $2\sin x + \sin t - 3xt + t - 1 = 0$, $(0, \pi/6)$,
(3) $\frac{x}{t} - \frac{4}{x} - t + 1 = 0$, $((1, 2))$.

Zadanie 5. Obliczyć pochodne cząstkowe funkcji $z = z(x, y)$ danej równaniem:

(1) $z^3 - 3xyz - 8 = 0$,
(2) $e^{zy} = zx = 0$,
(3) $ye^z + ze^{3x} = 0$,
(4) $\cos(x + y + z) + x + y + z = 0$,
(5) $x^3 + 2y^3 + z^3 - 3xyz - 2y + 3 = 0$,
(6) $x^2 + y^2 + z^2 = 2z$, znaleźć z''_{xx},
(7) $x^2 + y^3 + z^4 = x + z$, znaleźć z''_{xy}.

Zadanie 6. Znaleźć zbiory punktów, w których podane równania wyznaczają y i z jako funkcje zmiennej x. Obliczyć pochodne $y'(x)$ oraz $z'(x)$:

(1) $z^2 + y^2 - 2z = 0$, $xy + zx + 2 = 0$,
(2) $e^x + e^y - e^z = 0$, $x + y - z = 0$,
(3) $\ln xy + z = 0$, $y^2 + z^2 = 0$, $x > 0$, $y > 0$.

Zadanie 7. Znaleźć ekstrema funkcji uwikłanej:

(1) $y = y(x)$; $x^2 + y^2 - 8x - 4y + 19 = 0$,
(2) $y = y(x)$; $x^5 + y^4 - 4xy^2 = 0$
(3) $y = y(x)$; $(x^2 + y^2)^2 - 2a^2(x^2 - y^2) = 0$ $(a \neq 0)$,
(4) $y = y(x)$; $x^3 + y^3 - 3axy = 0$ $(a \neq 0)$,
(5) $z = z(x, y)$; $x^2 + y^2 + z^2 - 6z = 0$,
(6) $z = z(x, y)$; $6x^2 + 6y^2 + 6z^2 + 4x - 8y - 8z + 5 = 0$,
(7) $z = z(x, y)$; $z^2 + xyz - xy^2 - x^3 = 0$,
(8) $z = z(x, y)$; $x - z\ln\left(\frac{z}{y}\right) = 0$,
(9) $z = z(x, y)$; $z^3 - 3xyz - 20 = 0$.

Zadanie 8. Znaleźć ekstrema warunkowe funkcji

(1) $f(x, y) = x^2 + y^2$ pod warunkiem $x^3 + y^3 = 16$,
(2) $f(x, y) = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}$ pod warunkiem $x + y - 3 = 0$,
(3) $f(x, y) = 2x^2y^2$ pod warunkiem $x^4 + y^4 = 1$,
(4) $f(x, y) = x^4 + y^4$ pod warunkiem $x^2y^2 = 1$,
(5) $f(x, y) = x + y$ pod warunkiem $e^{x+y} - xy - 1 = 0$,

(6) $f(x,y) = \cos^2 x + \cos^2 y$ pod warunkiem $x - y + \pi/4 = 0$,
(7) $f(x,y) = 5x + 3y$ pod warunkiem $4\sin x - 3\cos y = 0$,
(8) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$ pod warunkiem $x + y + z - 1 = 0$,
(9) $f(x,y,z) = x + y + z$ pod warunkiem $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$,
(10) $f(x,y,z) = xyz$ pod warunkiem $x + y + z = 1$,
(11) $f(x,y,z) = x + y + z$ pod warunkami $x^2 + y^2 - 1 = 0$ oraz $x^2 + z^2 - 1 = 0$,
(12) $f(x,y,z) = xyz$ pod warunkami $x^2 + y^2 + z^2 - 1 = 0$ oraz $x + y + z = 0$.