

Zadanie 1. Obliczyć całki:

- (1) $\iint_D (6 - x^2 - y^2) dx dy$, gdzie $D = [-1, 1] \times [-2, 2]$,
- (2) $\iint_D (2x + y - 1) dx dy$, gdzie D jest trójkątem o wierzchołkach $A(0, 0), B(5, 3), C(5, 5)$,
- (3) $\iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{10+2x+y}}$, gdzie D jest figurą ograniczoną krzywymi $x = -1, x = 3, y = x^2$.

Zadanie 2. Obliczyć objętość brył ograniczonych powierzchniami:

- (1) $z^2 = xy, \quad x + y = 4, \quad x + y = 6$,
- (2) $z = xy, \quad x + y + z = 1, \quad z = 0$,
- (3) $z = xy, \quad y = x^2, \quad x^2 = 2y, \quad x = y^2, \quad y^2 = 2x$,
- (4) $z = x^2 + y^2, \quad xy = 5, \quad xy = 10, \quad y = 2x, \quad y = \frac{1}{2}x$,
- (5) $y = x^2, \quad z = x^2 + y^2, \quad y = 1, \quad z = 0$.

Zadanie 3. Obliczyć pole powierzchni paraboloidy obrotowej $2pz = x^2 + y^2, p > 0$, zawartej wewnątrz walca $x^2 + y^2 = a^2, a > 0$.

Zadanie 4. Obliczyć pole tej części powierzchni $z = 2xy$, która jest ograniczona płaszczyznami $x + y = 1, x = 0, y = 0$.

Zadanie 5. Obliczyć pole powierzchni bryły ograniczonej powierzchniami:

- (1) $x + y + z = 2, \quad x^2 + y^2 = \frac{1}{3}z^2$,
- (2) $x^2 + z^2 = 9, \quad y^2 + z^2 = 9$.

Zadanie 6. Obliczyć całki:

- (1) $\iiint_D \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz$, gdzie $D := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 2z\}$,
- (2) $\iiint_D x^2 y^3 z^4 dx dy dz$, gdzie D jest bryłą ograniczoną powierzchniami $z = xy, \quad y = 2x, \quad x = 1, \quad z = 0$,
- (3) $\int_0^a \int_0^b \int_0^c xy dx dy dz$,
- (4) $\int_0^a \int_0^b \int_0^c xy dx dy dz$,
- (5) $\int_0^1 \int_0^3 \int_0^2 tz^2 dt dz dx$,
- (6) $x^2 + z^2 = 9, \quad y^2 + z^2 = 9$.

Zadanie 7. Obliczyć objętość brył ograniczonych powierzchniami:

- (1) $2z = x^2 + y^2, \quad z = \sqrt{x^2 + y^2}$,
- (2) $2z = 4 - x^2 - y^2, \quad z = 2 - x - y, \quad x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0$,
- (3) $x^2 + y^2 = 9, \quad x + y = 3, \quad x + y = -3, \quad x - y = 3, \quad x - y = -3$.

Zadanie 8. Policzyc całkę po n-wymiarowej kostce $K = [0, 1]^n$ z funkcji $x_1^2 + \dots + x_n^2$.