O silnych asymptotycznych miejscach funkcji całkowitych i meromorficznych.

I.I.Marchenko

Liczbę $a \in \overline{\mathbb{C}}$ nazywamy wartością asymptotyczną funkcji meromorficznej $f(z)$ jeżeli istnieje krzywa ciągła $\Gamma \subset \mathbb{C}$ określona równaniem $z = z(t)$, $0 \le t < \infty, z(t) \to \infty$ gdy $t \to \infty$ i taka, że

$$\lim_{z\to\infty, z\in\Gamma} f(z) = \lim_{t\to\infty} f(z(t)) = a\,.$$

Parę $\{a, \Gamma\}$ nazywamy wtedy miejscem asymptotycznym funkcji $f(z)$. Mówimy, że dwa miejsca asymptotyczne $\{a_1, \Gamma_1\}$ i $\{a_2, \Gamma_2\}$ są jednakowe, jeżeli $a_1 = a_2 = a$ oraz istnieje ciąg krzywych ciągłych γ_k takich, że jeden ich koniec leży na Γ_1, drugi na Γ_2 i

$$\lim_{k\to\infty} \min_{z\in\gamma_k} |z| = \infty, \qquad \lim_{z\to\infty, z\in\bigcup_k \gamma_k} f(z) = a\,.$$

Dla funkcji całkowitych skończonego rzędu dolnego znane jest klasyczne twierdzenie Denjoy-Carlemana-Ahlforsa (DCA).

Theorem. Funkcja całkowita skończonego rzędu dolnego λ nie może mieć więcej niż $\max\{2\lambda, 1\}$ różnych miejsc asymptotycznych.

Dla funkcji całkowitych nieskończonego rzędu zbiór wartości asymptotycznych może być nieskończony. Łatwo to zauważyć na przykładzie funkcji e^{e^z}.

W 1999 roku autor w pracy [1] wprowadził pojęcie silnego asymptotycznego miejsca funkcji calkowitej i otrzymał analog twierdzenia DCA dla silnych asymptotycznych miejsc funkcji całkowitych nieskończonego rzędu.

W 1987 roku A. Eremenko udowodnił, że istnieje funkcja meromorficzna $f_\varrho(z)$ rzędu ϱ $(0 \le \varrho \le \infty)$, dla której zbiorem wartości asymptotycznych jest $\overline{\mathbb{C}}$. W trakcie wykładu będą wprowadzone nowe pojęcia - silnej asymptotycznej wartości oraz silnego asymptotycznego miejsca funkcji meromorficznej, oraz zostanie udowodniony analog twierdzenia DCA dla silnych asymptotycznych miejsc funkcji meromorficznych skończonego rzędu dolnego.

Wartość $a \in \overline{\mathbb{C}}$ będziemy nazywali silną wartością asymptotyczną , jeżeli prędkość dążenia funkcji $f(z)$ po asymptotycznej krzywej Γ jest porównywalna z charakterystyką Nevanlinny tej funkcji.

Bibliografia

[1] I.I.Marchenko, *On asymptotic values of entire functions*, Izvestija: Mathematics **63**(1999), no.3, 549-560.