Oszacowanie L^∞ w twierdzeniu Calabi'ego-Yau

Zbigniew Błocki, Kraków, 25.10.2004

Niech (M, ω) będzie zwartą rozmaitością kählerowską wymiaru n. Yau [Y] pokazał, że dla dowolnego $f \in C^\infty(M)$, $f > 0$, spełniającego

$$\int_M f\omega^n = \int_M \omega^n,$$

istnieje, jedyne z dokładnością do stałej, rozwiązanie następującego problemu Dirichleta dla zespolonego operatora Monge'a-Ampère'a na M

$$\begin{cases} \varphi \in C^\infty(M), \\ \omega + i\partial\overline{\partial}\varphi > 0, \\ (\omega + i\partial\overline{\partial}\varphi)^n = f\omega^n. \end{cases} \tag{1}$$

Dało to rozwiązanie hipotezy Calabi'ego.

Jednym z głównych problemów było oszacowanie a priori na $||\varphi||_{L^\infty(M)}$ dla rozwiązań (1) znormalizowanych np. warunkiem $\max_M \varphi = 0$. Inny dowód tego oszacowania podał Kołodziej [K] (zob. także [TZ]). Celem referatu jest pokazanie, że to oszacowanie w istocie łatwo wynika z lokalnej L^2-stabilności dla zespolonego operatora Monge'a-Ampère'a (zob. [B] i [CP]).

References

[B] E. Bedford, *Survey of pluri-potential theory*, Several Complex Variables, Proceedings of the Mittag-Leffler Institute, 1987-1988 (J.E. Fornæss, ed.), Princeton Univ. Press, 1993.

[CP] U. Cegrell, L. Persson, *The Dirichlet problem for the complex Monge-Ampère operator: Stability in L^2*, Michigan Math. J. **39** (1992), 145-151.

[K] S. Kołodziej, *The complex Monge-Ampère equation*, Acta Math. **180** (1998), 69-117.

[TZ] G. Tian, X. Zhu, *Uniqueness of Kähler-Ricci solitons*, Acta Math. **184** (2000), 271-305.

[Y] S.-T. Yau, *On the Ricci curvature of a compact Kähler manifold and the complex Monge-Ampère equation, I*, Comm. Pure Appl. Math. **31** (1978,), 339-411.