I.I. Marchenko, E. Ciechanowicz

ODCHYLENIA,PUNKTY MAKSIMUM MODUŁU
I ROZPIĘTOŚĆ FUNKCJI MEROMORFICZNYCH

(Streszczenie wykładu wygłoszonego podczas seminarium w dniu 6 października 2006)

W roku 1969 V.P. Petrenko przedstawił podstawy swojej teorii wzrostu funkcji meromorficznych. Dla $a \in \overline{\mathbb{C}}$ oznaczmy

$$\mathcal{L}(r,a,f) := \begin{cases} \max\limits_{|z|=r} \log^+ |f(z)| & \text{dla} \quad a = \infty, \\ \max\limits_{|z|=r} \log^+ \frac{1}{|f(z)-a|} & \text{dla} \quad a \neq \infty. \end{cases}$$

Wielkość

$$\beta(a,f) := \liminf_{r\to\infty} \frac{\mathcal{L}(r,a,f)}{T(r,f)}$$

jest nazywana odchyleniem Petrenki funkcji meromorficznej $f(z)$ ku wartości $a \in \overline{\mathbb{C}}$ (symbol $T(r,f)$ oznacza charakterystykę Nevanlinny funkcji $f(z)$). Petrenko w [1] pokazał następujące dokładne oszacowanie wielkości $\beta(a,f)$.

TWIERDZENIE A. *Jeżeli $f(z)$ jest funkcją meromorficzną skończonego rzędu dolnego λ, to dla dowolnego $a \in \overline{\mathbb{C}}$*

$$\beta(a,f) \leq B(\lambda) := \begin{cases} \frac{\pi\lambda}{\sin\pi\lambda} & \textit{gdy} \quad \lambda \leq 0.5, \\ \pi\lambda & \textit{gdy} \quad \lambda > 0.5. \end{cases}$$

W [2] Marchenko i Scherba uzyskali dokładne oszacowanie z góry sumy odchyleń funkcji meromorficznych skończonego rzędu dolnego.

TWIERDZENIE B. *Dla dowolnej funkcji meromorficznej $f(z)$ skończonego rzędu dolnego λ zachodzi nierówność*

$$\sum_{(a)} \beta(a,f) \leq 2B(\lambda).$$

Wykład poruszał problemy wypływające z teorii Petrenki w przypadku, gdy a jest wielomianem lub funkcją wymierną.

Jeden z nowszych nurtów teorii wzrostu funkcji meromorficznych stanowią badania dotyczące rozdzielonych punktów maksimum modułu funkcji na okręgu. Podczas wykładu zaprezentowano między innymi dokładne oszacowanie z góry ilości rozdzielonych punktów maksimum modułu funkcji meromorficznej skończonego rzędu dolnego za pomocą odchylenia Petrenki $\beta(\infty,f)$. Dla funkcji meromorficznych nieskończonego rzędu dolnego podano dokładne oszacowanie z góry ilości punktów maksimum modułu przy zastosowaniu odchylenia Eremenki $b(\infty,f)$. Przedstawiono także związek między rozpiętość funkcji meromorficznej skończonego rzędu dolnego, a ilością rozdzielonych punktów maksimum modułu funkcji.

Literatura

[1] V.P.Petrenko, *The growth of meromorphic functions of finite lower order*, Izv.Akad.Nauk SSSR, **33**, no.2(1969), 414–454. (Russian)

[2] I.I.Marchenko and A.I.Shcherba, *On the magnitudes of deviations of meromorphic functions*, Mat. Sbornik vol. 181 (1990), p. 3-24. (Russian) Engl. Transl. in Math. USSR Sbornik, vol.69(1991), no.1, p. 1-24.