Obszary Sibony'ego

Ustalmy pewien ciąg $(\lambda_j)_{j=1}^{\infty}$ liczb dodatnich taki, że szereg $\sum_{j=1}^{\infty} \lambda_j$ jest zbieżny.

Definicja 1. *Dla ciągu* $p := (p_j)_{j=1}^{\infty} \subset \mathbb{D}$ *bez punktów skupienia w* $\mathbb{D}$ *i takiego, że każdy punkt zbioru* $\partial\mathbb{D}$ *jest jego punktem skupienia, definiujemy funkcję*

$$\varphi_p(\zeta) := \sum_{j=1}^{\infty} \lambda_j \log \left| \frac{\zeta - p_j}{2} \right|, \ \zeta \in \mathbb{D}$$

oraz obszar (Sibony'ego)

$$\Omega_p := \left\{(z, w) \in \mathbb{D} \times \mathbb{C} : |w| < \exp\left(-e^{\varphi_p(z)}\right)\right\}.$$

Twierdzenie 2. *Istnieje nieprzeliczna rodzina* $\mathcal{P}$ *złożona z ciągów* p *takich jak wyżej taka, że dla dowolnych dwóch ciągów* p, q *należących do niej obszary* Ω_p *i* Ω_q *nie są biholomorficzne ze sobą.*

Wniosek 3. *Istnieje nieprzeliczalna rodzina złożona z parami niebiholomorficznych obszarów Runge'go zawartych w bidysku* $\mathbb{D}^2$ *takich, że jeżeli* Ω *jest dowolnym spośród tych obszarów, to każda ograniczona funkcja holomorficzna na* Ω *przedłuża się holomorficznie na bidysk* $\mathbb{D}^2$*.*