Otoczki projektywne i charakteryzacja funkcji meromorficznych (na podstawie pracy Andersona, Cimy, Levenberga i Ransforda)

Arkadiusz Lewandowski

Abstrakt. Przedstawimy główne wyniki pracy *Projective hulls and characterizations of meromorphic functions* J.T. Andersona, J.A. Cimy, N.Levenberga i T.J. Ransforda, dotyczące charakteryzacji funkcji holomorficznych i meromorficznych na dysku jednostkowym $\mathbb{D}$ na płaszczyźnie z wykorzystaniem osłabionej zasady maksimum oraz otoczek projektywnych wykresów funkcji. Będą to przede wszystkim następujące wyniki:

Theorem 0.1. *Niech $\Omega \subset \mathbb{D}$ będzie zbiorem otwartym i niech $\Phi \in \mathcal{C}(\Omega \cup \mathbb{T})$, gdzie $\mathbb{T}$ oznacza okrąg jednostkowy. Przypuśćmy, że dla każdego $z \in \Omega$ istnieje stała C taka, że dla dowolnych funkcji $a, b \in \mathcal{O}(\mathbb{D}) \cap \mathcal{C}(\overline{\mathbb{D}})$ mamy oszacowanie $|a(z) + b(z)\Phi(z)| \leqslant ||a + b\Phi||_{\mathbb{T}}$. Wówczas $\Phi \in \mathcal{O}(\Omega)$ oraz Φ rozszerza się do funkcji meromorficznej na $\mathbb{D}$.*

Dla funkcji $\Phi \in \mathcal{C}(\mathbb{D}_\star \cup \mathbb{T})$ zdefiniujmy

$$\Sigma := \{(z, \Phi(z)) : z \in \mathbb{D}_\star\}, \quad \gamma := \{(z, \Phi(z)) : z \in \mathbb{T}\}.$$

Theorem 0.2. *Jeśli dla funkcji $\Phi \in \mathcal{C}(\mathbb{D}_\star \cup \mathbb{T})$ zbiór γ jest pluripolarny a jego otoczka projektywna zawiera Σ, wówczas $\Phi \in \mathcal{O}(\mathbb{D}_\star)$. Jeśli dodatkowo Σ równa się dokładnie przecięciu otoczki projektywnej γ z $\mathbb{D}_\star \times \mathbb{C}$, to Φ rozszerza się do funkcji meromorficznej na dysku jednostkowym.*