O twierdzeniu Wolffa-Denjoya w przestrzeni geodezyjnej

Aleksandra Huczek

Instytut Matematyki, Uniwersytet Pedagogiczny w Krakowie

Odwzorowania nieoddalające tzn. 1-lipschotzowskie, podobnie jak izometrie i kontrakcje tworzą jedną z podstawowych klas odwzorowań nieliniowych. Obecnie interesującym i jednocześnie intrygującym zagadnieniem jest badanie dynamiki takich odwzorowań w odniesieniu do różnych przestrzeni metrycznych. Jednym z najważniejszych twierdzeń dotyczących dynamiki odwzorowań nieoddalających jest twierdzenie Wolffa-Denjoya. W klasycznej wersji twierdzenie to opisuje dynamikę odwzorowań holomorficznych względem metryki Poincaré [6]. Innymi słowy, jeżeli $f : \Delta \to \Delta$ jest odwzorowaniem holomorficznym w siebie określonym na kole jednostkowym $\Delta \subset \mathbb{C}$, które nie ma punktów stałych, wtedy istnieje punkt $\xi \in \partial\Delta$ taki, że iteracje f^n zbiegają lokalnie jednostajnie do ξ na Δ. Powyższe twierdzenie było uogólniane przez lata w różnych kierunkach [1], [2], [4], [5]. Celem mojej prezentacji jest przedstawienie pewnych uogólnień twierdzenia Wolffa-Denjoya dla odwzorowań nieoddalających we właściwych przestrzeniach geodezyjnych. Otrzymamy jako szczególne przypadki kilka wcześniejszych wyników dla ograniczonych ściśle wypukłych obszarów w skończenie wymiarowych przestrzeniach $\mathbb{R}^n$ oraz $\mathbb{C}^n$ w odniesieniu do szerokiej klasy przestrzeni metrycznych zawierających metryki Hilbera, Thompsona, czy Kobayashiego.

Literatura

[1] A.F. Beardon, *The dynamics of contractions and analytic maps*, J. London Math. Soc., (1990), 41, 141–150.

[2] M. Budzyńska, *A Denjoy–Wolff theorem in* $\mathbb{C}^n$, Nonlinear Anal., (2012), 75, 22–29.

[3] A. Huczek, A. Wiśnicki *Wolff–Denjoy theorems in geodesic spaces*, Bull. London Math. Soc. 53 (2021), 1139–1158.

[4] B. Lemmens at al., *Denjoy-Wolff theorems for Hilbert's and Thompson's metric spaces*, J. Anal. Math., (2018), 134, 671–718.

[5] B. Piątek, *The behavior of fixed point free nonexpansive mappings in geodesic spaces*, J. Math. Anal. Appl. 445 (2017), 1071-–1083.

[6] J. Wolff, *Sur une généralisation dun theéorème de Schwarz*, C.R. Acad. Sc. Paris, (1926), 182, 918–920.