Rozszerzanie funkcji pluriharmonicznych w ustalonym kierunku

TWIERDZENIE 1 (Immokulov-Sadulaev, 2005). *Niech $D \subset \mathbb{C}^n$ będzie obszarem holomorficzności, $A \subset D$ zbiorem niepluripolarnym, a $\Delta_0 \subset \mathbb{C}$ obszarem zawierającym punkt 0. Załóżmy, że dla każdego $a \in A$ mamy dany zbiór $M(a) \subset \mathbb{C}$ taki, że $\#M(a) \leq 1$ oraz $\Delta_0 \cap M(a) = \varnothing$. Zdefiniujmy rodzinę*

$$\mathcal{F} := \{u \in \mathcal{PH}(D \times \Delta_0) : \forall a \in A\ \exists \widetilde{u}_a \in \mathcal{H}(\mathbb{C} \setminus M(a)) : \widetilde{u}_a(w) = u(a,w), w \in \Delta_0\}.$$

Wtedy istnieje pseudowklęsły zbiór analityczny $\widehat{M} \subset D \times \mathbb{C}$ taki, że:

(1) $\widehat{M}_{(a,\cdot)} := \{w \in \mathbb{C} : (a,w) \in \widehat{M}\} \subset M(a), a \in A$,

(2) $\widehat{M} = \{(z,w) \in D \times \mathbb{C} : h(z)w = 1\}$ *dla pewnej funkcji* $h \in \mathcal{O}(D)$,

(3) *każda funkcja* $u \in \mathcal{F}$ *rozszerza się do pewnej wielowartościowej funkcji* $\widehat{u}$ *pluriharmonicznej na* $(D \times \mathbb{C}) \setminus \widehat{M}$.

Ponadto, jeżeli A nie jest zawarty w żadnym zbiorze postaci $\bigcup_{k=1}^{\infty} A_k$, gdzie

$$A_k = \{z \in U_k : \varphi_k(z) = 0\},$$

$U_k \subset D$ jest obszarem, $\varphi_k \in \mathcal{PH}(U_k), \varphi_k \not\equiv 0$, to rozszerzenie to jest jednowartościowe.