Odwzorowania oddzielnie holomorficzne na krzyżach o wartościach w przestrzeniach analitycznych

Abstrakt

Definicja 1 (Krzyż)**.** X, Y - rozmaitości zespolone, $D \subset X$, $G \subset Y$ - zbiory otwarte, $A \subset \overline{D}$, $B \subset \overline{G}$.

Definiujemy:

- Krzyż: $W = \mathbb{X}(A, B; D, G) := ((D \cup A) \times B) \cup (A \times (G \cup B))$
- Wnętrze krzyża: $W^\circ = \mathbb{X}^\circ(A, B; D, G) := (A \times G) \cup (D \times B)$

Definicja 2 (Układ obszarów podejścia)**.** X - rozmaitość zespolona, $D \subset X$ - zbiór otwarty.

Rodzinę $\mathcal{A} = (\mathcal{A}_\alpha(\zeta))_{\zeta \in \overline{D},\ \alpha \in I_\zeta}$ złożoną z otwartych podzbiorów D i spełniającą następujące warunki

(i) $\forall \zeta \in D$ $(\mathcal{A}_\alpha(\zeta))_{\alpha \in I_\zeta}$ jest bazą otoczeń ζ,

(ii) $\forall \zeta \in \partial D$ $\forall \alpha \in I_\zeta$ $\zeta \in \overline{\mathcal{A}_\alpha(\zeta)}$,

nazywamy *układem obszarów podejścia dla D.*

Jeżeli rodzina $\mathcal{A}$ spełnia warunek (i) oraz

(ii') $\quad \forall \zeta \in \partial D$ $\exists (U_\alpha)_{\alpha \in I_\zeta}$ - baza otoczeń ζ taka, że $\forall \alpha \in I_\zeta$ $\mathcal{A}_\alpha(\zeta) = U_\alpha \cap D$,

to $\mathcal{A}$ nazywamy kanonicznym układem obszarów podejścia.

Definicja 3 (Relatywna funkcja ekstremalna)**.** Dla dowolnej funkcji $u : D \to [-\infty, \infty)$ i ustalonego układu obszarów podejścia $\mathcal{A}$ definiujemy następujące funkcje:

$$(\mathcal{A} - \limsup u)(z) := \begin{cases} \sup_{\alpha \in I_z}(\limsup_{w \in \mathcal{A}_\alpha(z), w \to z} u(w)) & z \in \overline{D},\ I_z \neq \varnothing \\ \limsup_{w \in D, w \to z} u(w) & z \in \partial D,\ I_z = \varnothing \end{cases}$$

$$h_{A,D} := \sup\{u :\ u \in PSH(D),\ u \leqslant 1 \text{ na } D,\ \mathcal{A} - \limsup u \leqslant 0 \text{ na } A\}$$

oraz *relatywną funkcję ekstremalną zbioru A*

$$\omega(z, A, D) := (\mathcal{A} - \limsup h_{A,D})(z).$$

Definicja 4. $A \subset \overline{D}$ - *lokalnie pluriregularny w $a \in \overline{A}$*, jeżeli $\forall$ U - otw. ot. a $\omega(a, A \cap U, D \cap U) = 0$.

$A \subset \overline{D}$ - *lokalnie pluriregularny*, jeżeli jest lok. pluriregularny w każdym punkcie $a \in A$.

$A^* := (A \cap \partial D) \cup \{a \in \overline{A} \cap D :\ A \text{ - lok. plurireg. w } a\}$

Głównym tematem referatu jest szkic dowodu następującego twierdzenia.

Twierdzenie 5 (zob. [1])**.** *$D \subset \mathbb{C}^n$, $G \subset \mathbb{C}^m$ - zbiory otwarte, ograniczone, $(\mathcal{A}_\alpha(\zeta))_{\zeta \in \overline{D},\ \alpha \in I_\zeta}$ - układ obszarów podejścia dla D, $(\mathcal{A}_\beta(\eta))_{\eta \in \overline{G},\ \beta \in I_\eta}$ - układ obszarów podejścia dla G, A, $A_0 \subset D$, B, $B_0 \subset G$ takie, że A_0, B_0 są lokalnie pluriregularne i $A_0 \subset A^*$ oraz $B_0 \subset B^*$.*
$W := \mathbb{X}(A, B; D, G)$, $\quad W_0 := \mathbb{X}(A_0, B_0; D, G)$
$f : W \to \mathbb{C}$ - funkcja ograniczona taka, że:

(i) $f \in \mathcal{C}_S(W, \mathbb{C}) \cap \mathcal{O}_S(W^\circ, \mathbb{C})$,

(ii) f *jest lokalnie ograniczona na* W,

(iii) $f|_{A \times B}$ *jest ciągła na* $(A \cap \partial D) \times (B \cap \partial G)$

Wedy istnieje dokładnie jedna funkcja $\widehat{f} \in \mathcal{O}(\widehat{W_0}, \mathbb{C})$ *taka, że*

$$\forall (\zeta,\eta) \in W_0 \ \forall \alpha \in I_\zeta \ \forall \beta \in I_\eta \qquad \lim_{W_0 \ni (z,w) \to (\zeta,\eta),\ z \in \mathcal{A}_\alpha(\zeta),\ w \in \mathcal{A}_\beta(\eta)} \widehat{f}(z,w) = f(\zeta,\eta).$$

(Mówimy wtedy, że $\forall (\zeta,\eta) \in W_0$ *funkcja* $\widehat{f}$ dopuszcza $\mathcal{A}$ - granicę $f(\zeta,\eta)$.*)*

Literatura

[1] V.-A. Nguyên, *A unified approach to the theory of separately holomorphic mappings*, arXiv:0704.0897v2.