Przykład Wermera, otoczka pluripolarna i struktura subtelnie analityczna

Arkadiusz Lewandowski

W pierwszej części referatu przybliżymy najważniejsze własności topologii subtelnej w $\mathbb{C}$, czyli najsłabszej topologii w $\mathbb{C}$, przy której wszystkie funkcje subharmoniczne na $\mathbb{C}$ są ciągłe. Łatwo pokazać, że topologia ta w sposób silny zawiera topologię euklidesową. Następnie zdefiniujemy funkcje subtelnie holomorficzne oraz strukturę subtelnie holomorficzną. Pokażemy, że klasyczny zbiór Wermera – wielomianowo wypukły, zwarty, nie zawierający dysków holomorficznych, nie zawiera także struktury subtelnie analitycznej. Celem głównym referatu jest udowodnienie następującego twierdzenia:

Twierdzenie 1. *Dla dowolnego niepolarnego właściwego zbioru $S \subset \mathbb{C}$ istnieje zbiór pluripolarny $E \subset (S \times \mathbb{C})$ taki, że jego otoczka pluripolarna $E^\star_{\mathbb{C}^2}$ nie zawiera struktury analitycznej oraz $\pi_{z_1}(E^\star_{\mathbb{C}^2}) = \mathbb{C}$.*

Zbiór E otrzymamy jako pewien podzbiór zupełnie pluripolarnego zbioru X, skonstruowanego w analogiczny sposób jak zbiór Wermera. Przypomnijmy, że dla zbioru pluripolarnego $E \subset \Omega$, gdzie Ω jest zbiorem otwartym w $\mathbb{C}^n$, $E^\star_\Omega := \bigcap\{z \in \Omega : \varphi(z) = -\infty\}$, gdzie przecięcie brane jest po wszystkich funkcjach plurisubharmonicznych w Ω równych $-\infty$ na E. Zbiór zupełnie pluripolarny to taki, dla którego $E = E^\star_\Omega$.