ODWZOROWANIA EKSTREMALNE W PEWNEJ KLASIE OBSZARÓW REINHARDTA.

PRZEMYSŁAW KLIŚ

Niech $\mathbb{D}$ będzie kołem jednostkowym w $\mathbb{C}$ oraz niech $D \subset \mathbb{C}^n$ będzie obszarem. Dla $z, w \in D$ definiujemy *funkcje Lemperta* $\widetilde{k}_D$, jako

$$\widetilde{k}_D(z,w) = \inf\{\sigma \in [0,1) : \text{ isnieje } \varphi \in \mathcal{O}(\mathbb{D}, D) \text{ takie, że } f(0) = z,\ f(\sigma) = w\}.$$

Dla $z, w \in D$, $z \neq w$ powiemy, że $f \in \mathcal{O}(\mathbb{D}, D)$ jest $\widetilde{k}_D$-ekstremalną, jeżeli $f(0) = z$ oraz $f(\widetilde{k}_D(z,w)) = w$.

Dla $\alpha \in (0,1)$ definiujemy

$$D_\alpha = \{(z,w) \in \mathbb{C}^2 : |z| < 1, |w| < 1, |zw| < \alpha\}.$$

Głównym celem referatu było udowodnienie następującego twierdzenia (praca autora wraz z A.Edigarianem):

Twierdzenie 1. *Niech* $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2) : \mathbb{D} \to D_\alpha$ *będzie* $\widetilde{k}_{D_\alpha}$*-ekstremalną. Wtedy mamy następujące możliwości:*

(1) $(\varphi_1, \varphi_2) : \mathbb{D} \to \{(z_1, z_2) : \ |z_1| < 1,\ |z_2| < \alpha\}$, *skąd* (φ_1, φ_2) *jest* $\widetilde{k}_{\mathbb{D}\times\mathbb{D}_\alpha}$*-ekstremalną;*
(2) $(\varphi_1, \varphi_2) : \mathbb{D} \to \{(z_1, z_2) : \ |z_2| < 1,\ |z_1| < \alpha\}$ *skąd* (φ_1, φ_2) *jest* $\widetilde{k}_{\mathbb{D}_\alpha\times\mathbb{D}}$*-ekstremalną;*
(3) $\varphi_1 = e^{i\theta_1}\frac{\lambda-\beta_1}{1-\overline{\beta_1}\lambda}\psi$, $\varphi_2 = e^{i\theta_2}\frac{\lambda-\beta_2}{1-\overline{\beta_2}\lambda}\frac{\alpha}{\psi}$, *gdzie* $\beta_1, \beta_2 \in \mathbb{D}$, $\theta_1, \theta_2 \in \mathbb{R}$, *oraz* $\psi : \mathbb{D} \to A_\alpha$ *jest odwzorowaniem holomorficznym;*
(4) $\varphi_1 = \psi$, $\varphi_2 = e^{i\theta}\frac{\lambda-\beta}{1-\overline{\beta}\lambda}\frac{1}{\psi}$, $\theta \in \mathbb{R}$, $\beta \in \mathbb{D}$, $\psi : \mathbb{D} \to A_\alpha$ *jest odwzorowaniem holomorficznym;*
(5) $\varphi_1 = e^{i\theta}\frac{\lambda-\beta}{1-\overline{\beta}\lambda}\frac{\alpha}{\psi}$, $\varphi_2 = \psi$, $\theta \in \mathbb{R}$, $\beta \in \mathbb{D}$, $\psi : \mathbb{D} \to A_\alpha$ *jest odwzorowaniem holomorficznym.*

Gdzie $A_\alpha = \{\lambda \in \mathbb{C} : \alpha < |\lambda| < 1\}$.