Niech $D \subset \mathbb{C}^n$ będzie obszarem. Definiujemy następujące pseudometryki.

Definicja 0.1.

$$S_D(P,\xi) := \sup\Big\{\Big(\sum_{i,j=1}^{n} \frac{\partial^2 u(P)}{\partial z_i \partial \overline{z_j}} \xi_i \overline{\xi}_j\Big)^{1/2} : u \in A_D(P)\Big\},$$

gdzie $A_D(P)$ oznacza zbiór wszystkich funkcji psh u spełniających warunki:

(a) $u(P) = 0$,

(b) u jest klasy $\mathcal{C}^2$ w otoczeniu P,

(c) $\log u$ jest psh i $0 \leqslant u \leqslant 1$ na D.

$\tilde{K}_D$ oznacza największą pseudometrykę taką, że jej indykatrysa jest pseudowypukła. Można też ją zdefiniować podobnie jak pseudometrykę Kobayashi-Busemana, biorąc zamiast otoczki wypukłej indykatrysy pseudmetryki Kobayashiego obwiednię holomorficzności.

Wprost z definicji mamy następującą nierówność

$$S_D \leqslant \tilde{K}_D.$$

Lemat 0.2 (Lemat lokalizacyjny)**.** *Niech $\Omega \subset \mathbb{C}^n$ będzie obszarem ograniczonym. Jeśli $V \Subset U$ są otwartymi zbiorami, to*

$$S_{U\cap\Omega}(q,\xi) \approx S_\Omega(q,\xi), \quad q \in V \cap \Omega, \xi \in \mathbb{C}^n.$$

Propozycja 0.3. *Jeśli a jest nie-psc, klasy $\mathcal{C}^2$ elementem brzegu obszaru $D \Subset \mathbb{C}^n$, to*

$$S_D(z,X) \approx \tilde{K}_D(z,X) \approx \frac{< \partial d(z), X >}{(d(z))^{1/2}} + |X|, \qquad \textit{blisko } a.$$

Definicja 0.4.

$$G_\varepsilon := \mathbb{B}_n(0,\varepsilon) \cap \{z = (z_1, z_2, z') \in \mathbb{C}^n : 0 > r(z) := \mathrm{Re} z_1 - |z_2|^m + q(z')\},$$

gdzie $\varepsilon > 0$, $m \geqslant 1$ i $q(z') \lesssim |z'|^k, 0 < k \leqslant m$.

Propozycja 0.5. *Jeśli $\delta > 0$ i $P_\delta := (-\delta, 0, 0')$, to*

$$\tilde{K}_{G_\varepsilon}(P_\delta, X) \lesssim |X_1|\delta^{1/m-1} + |X_2| + |X'|\delta^{1/m-1/k}.$$