

Wnioskowanie bayesowskie II: dwupunktowy rozkład próbki przy rozkładzie a priori *beta* lub *jednostajnym*

W schemacie Bernoulliego $B(N, p)$ obserwujemy liczbę sukcesów K . Wiedząc, że rozkład a priori parametru p jest rozkładem *beta* o znanych parametrach λ_0, μ_0 , wiemy także, że rozkład a posteriori jest rozkładem *beta* o parametrach λ_1, μ_1 , przy czym: $\lambda_1 = N + \lambda_0, \mu_1 = \frac{K + \lambda_0 \mu_0}{N + \lambda_0}$. Gdy rozkładem a priori jest rozkład jednostajny na odcinku $(a, b) \subset (0, 1)$, rozkład a posteriori jest rozkładem skupionym na tym samym odcinku.

Opis eksperymentu

Zadajemy wielkości N, K , liczbę α oraz wybieramy rozkład a priori i jego parametry. Zostaje wyznaczony rozkład a posteriori parametru p oraz bayesowski przedział ufności tego parametru na poziomie ufności $1 - \alpha$. Jako wynik otrzymujemy: wykres gęstości rozkładu a priori – kolor zielony, punkt o współrzędnej K/N – kolor złoty, wykres gęstości rozkładu a posteriori – kolor czerwony, przedział ufności – kolor czerwony, wartości parametrów rozkładu a posteriori.

Uwagi

W rozkładzie $\beta(\lambda, \mu)$ wartość oczekiwana wynosi μ , a wariancja $\frac{\mu(1-\mu)}{1+\lambda}$. Program wyznacza przedział ufności postaci $[q_{\alpha/2}, q_{1-\alpha/2}]$, gdzie q_r jest kwantylem rzędu r z rozkładu a posteriori.

Uwagi techniczne

Pamiętaj, że: $0 \leq K \leq N, N > 0$ są liczbami naturalnymi, $\lambda_0 > 0, 0 < \mu_0 < 1, 0 \leq a < b \leq 1, 0 < \alpha < 1$.

Więcej informacji o problemie

Amir Aczel, *Statystyka w Zarządzaniu*, PWN, 2004.

Jarosław Bartoszewicz, *Wykłady ze statystyki matematycznej*, PWN, 1989.

S. D. Silvey, *Wnioskowanie statystyczne*, Warszawa, PWN, 1978.