



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego.

Liga Matematyczna IM UJ, 25 listopada – 6 grudnia 2011

1. W kwadracie jednostkowym umieszczono sześciokąty foremne o sumie obwodów 14. Pokazać, że można wybrać dwie proste prostopadłe, z których każda przecina co najmniej pięć sześciokątów.
2. Niech $A > 0$ i $f_0 : [0, A] \rightarrow (0, +\infty)$ będzie ciągłą oraz $f_{n+1}(x) = 2 \int_0^x \sqrt{f_n(t)} dt$ dla $x \in [0, A]$. Pokazać, że ciąg $\{f_n\}$ jest zbieżny jednostajnie i znaleźć jego granicę.
3. Niech $B = B[0, 1]$ oraz $C = C[0, 1]$ będą przestrzeniami rzeczywistych funkcji ograniczonych oraz ciągłych na przedziale $[0, 1]$ z normą supremum. Czy istnieje ograniczony operator liniowy $T : B \rightarrow C$ taki, że $Tf = f$ dla $f \in C$?