



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego.

Liga Matematyczna IM UJ

4–16 kwietnia 2012

1. Pokaż, że jeśli $n \in \mathbb{N}$ nie jest kwadratem, to

$$\{\sqrt{n}\} + \{\sqrt{n}\}^2 + \dots + \{\sqrt{n}\}^k$$

jest liczbą niewymierną dla dowolnego $k > 0$. ($\{x\}$ oznacza część ułamkową liczby x .)

2. Zbiór liczb całkowitych dodatnich podzielono na 2 rozłączne podzbiory. Pokaż, że istnieje ciąg rosnący $(a_i)_{i \in \mathbb{N}}$ taki, że wszystkie liczby a_i oraz $\frac{a_i + a_{i+1}}{2}$ należą do jednego z tych zbiorów.
3. Czy R^3 z wyjętym punktem można przedstawić jako sumę rodziny parami rozłącznych prostych?